Grundskolans matematiktävling
Finaltävling fredagen den 6 februari 2009

DEL 1 Tid 30 min Poängantal 20

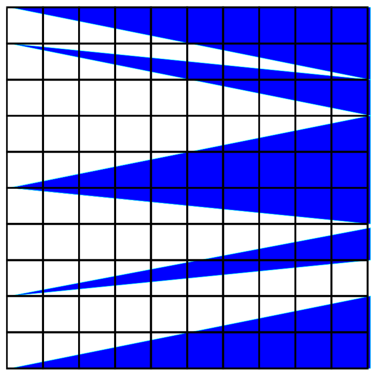
Räknare får inte användas i den här delen.
Skriv ner beräkningar eller motiveringar till varje uppgift, ifall ingenting annat uppges.

1. Räkna. Det räcker med bara svaret.

   a. $0{,}1 + 0{,}01 + 0{,}001 + \ldots + 0{,}\underbrace{000\,000 \ldots 000}_{96 \text{ nollor}}001$

   b. $0{,}1 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}001 \cdot \ldots \cdot 0{,}000\,000\,001$

2. Hur stor del av figuren är mörklagd?



3. På varje vågrät och lodrät rad i rutfältet får talen 1, 2, 3 och 4 förekomma en gång. Vilket tal är x?

			1
	2		
		x	
1			4

4. Sök sex sådana heltalspunkter (x, y) i koordinatsystemet, vilka uppfyller villkoret

   $$4 < |x| + \left|y + \tfrac{1}{2}\right| < 5 \quad .$$

   Endast svaren räcker.

VÄND!

5. Summan av två tals kvadrater är ett större än kvadraten för dessa tals summa. Hur stor är produkten av dessa tal?

6. Räkna $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+...+\frac{1}{2048}$

7. I bibliotekets läsesal finns trebenta pallar och fyrbenta stolar. Det sitter en person på varje pall och varje stol och ingen står i salen. I salen finns totalt 39 ben. Hur många pallar, stolar och personer finns i salen?

8. Potensen 2009^{2009} räknas ut till ett tal. Vilken är entalssiffran?

9. En cirkel som ritas på ett klot så att dess medelpunkt sammanfaller med klotets mittpunkt, kallas en storcirkel. Tre storcirklar ritas så att de alla inte samtidigt skär varandra i en punkt.
I hur många ytor delar cirklarna klotet?

10. Nedan finns ett exempel på produkten av två matriser:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

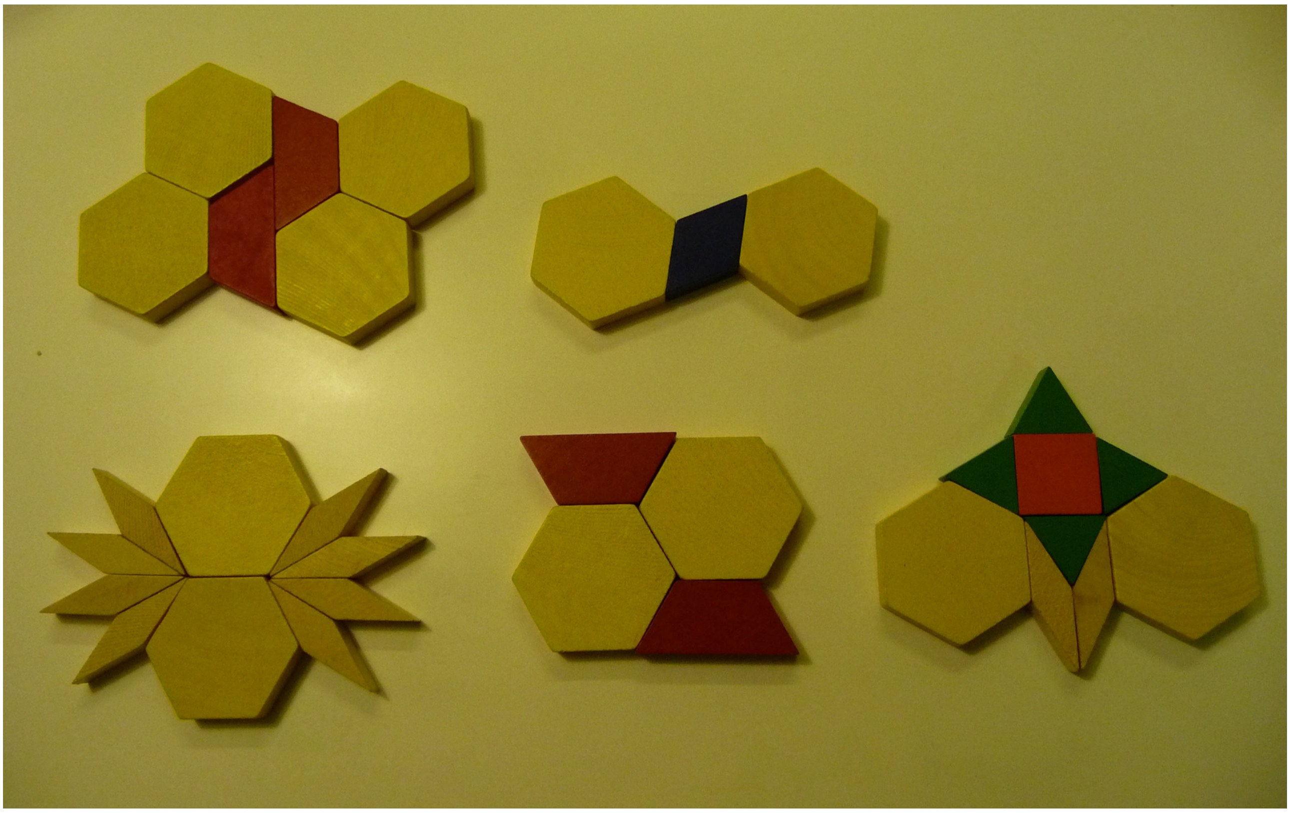
Beräkna talen *a* och *b* enligt exemplet:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -7 \\ -2 & b \end{bmatrix}$$

Grundskolans matematiktävling
Finaltävling fredagen den 6 februari 2009

DEL 2 **Tid 45 min Poängantal 20**

I blockserien finns block med sex olika former: en liksidig triangel, en kvadrat, en regelbunden sexhörning och tre olika oregelbundna fyrhörningar enligt bilden. Låt längdenheten vara kvadratens sida och areaenheten kvadratens area.



1. Är det möjligt enligt placeringarna på bilden att entydigt ange formen och storleken för de oregelbundna fyrhörningarna? Ifall du tycker att det är möjligt, ange sidornas längd, vinklarnas storlek och arean för varje oregelbunden fyrhörning. Ifall du anser att det inte är möjligt, motivera varför inte.

2. Forma större kvadrater av kvadratblocken.
   a) En hurudan talserie bildas av kvadraternas areor?
   b) Hur många kvadratblock behövs till en kvadrat, som har sidlängden n?

3. Forma olika stora liksidiga trianglar av liksidiga trianglar och med grundblocket likformiga olika stora parallelltrapetser av parallelltrapetsblock.
   a) En hurudan talserie bildar antalet grundblock i de olika fallen?
   b) Ange för de båda fallen vilken är talseriens n:*te* medlem.

VÄND!

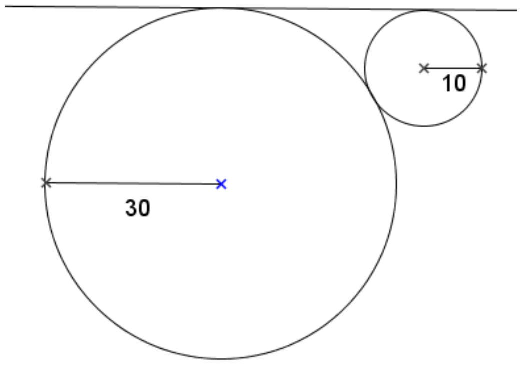
4. Kan man bilda andra regelbundna månghörningar än liksidiga trianglar och kvadrater ifall man får använda alla grundblock?
   a) Motivera vilka månghörningar man kan bilda och vilka man inte kan bilda.
   b) Bygg de månghörningar som du i a-delen konstaterat vara möjliga att bygga av minsta möjliga antal grundblock. Rita en figur eller räkna upp blocken.

5. En kvadrat med sidlängden n = 1, 2, 3, 4, täcks så noga som möjligt med block. Alla andra grundblock får användas, men inte kvadraten. Varje block som används, måste rymmas helt innanför kvadraten. Av vilken kvadrat kan man täcka relativt sett minst, och av vilken mest? Rita figur. Svaren får beräknas med hjälp av närmevärden.

Grundskolans matematiktävling
Finaltävling fredagen den 6 februari 2009

DEL 3 **Tid 60 min Poängantal 30**

1. Cirklarnas radier är 10 och 30 (längdenheter). Cirklarna tangerar varandra och de har en gemensam tangent. Hur stor är arean som begränsas av cirklarna och tangenten?



2. Två cirklar med olika långa radier tangerar inte varandra och befinner sig inte innanför varandra. Sök med hjälp av passare och linjal en punkt, som har lika långt avstånd till båda cirklarnas periferier. Bestäm minst tre lösningar. Rita en tydlig figur och lämna den synlig. Förklara kort dina lösningar.
Linjalens gradering får inte användas.

3. Talföljden

$$1+\frac{1}{1},\ 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}},\ 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}},\ 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}}},\ 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}}}},\ \ldots$$

leder till kedjebråket

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}}}}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2},$$

då man fortsätter utan någon gräns. Hurudan är talföljdens tionde element i förenklad form?

4. På ett rutpapper ritas en triangel så att två sidor är $\sqrt{2}$ och $\sqrt{5}$ och triangelns hörnpunkter sammanfaller med rutkvadraternas hörnpunkter. Rita figuren. Hur stor är triangelns area? Längdenheten är rutans sida.

VÄND!

5. En oktaeder är innesluten i en kub så att oktaederns hörnpunkter ligger i mittpunkterna av kubens sidoytor. Vilket är förhållandet mellan kubens och oktaederns volymer?