

Põhikooli matemaatikavõistluse lõppvõistlus reedel, 06.02.2009

I OSA Lahendamisaeg 30 minutit, punkte 20



Selles osas ei kasutata taskuarvuteid.

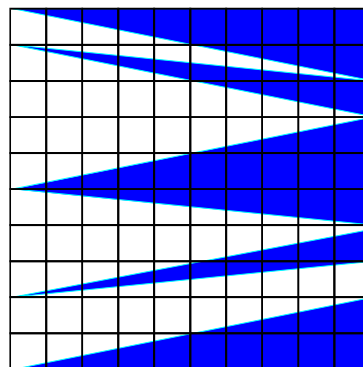
Kui ei ole öeldud teisiti, tuleb esitada kõikide ülesannete arvutused ja põhjendused.

1. Arvuta. Piisab vastusest.

a. $0,1 + 0,01 + 0,001 + \dots + 0, \underbrace{000\ 000 \dots 000\ 001}_{96 \text{ nulli}}$

b. $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,000\ 000\ 001$

2. Kui suur osa joonisest on värvitud tumedamaks?



3. Ruudu igal horisontaal- ja vertikaalreal võivad olla arvud 1, 2, 3 ja 4. Igaüks vaid ühe korra. Mis arv on x ?

| | | | |
|---|---|-----|---|
| | | | 1 |
| | 2 | | |
| | | x | |
| 1 | | | 4 |

4. Otsida kuus koordinaadistiku täisarvuliste koordinaatidega punkti $(x; y)$, mis täidavad tingimust $4 < |x| + |y + \frac{1}{2}| < 5$. Piisab vastustest.

PÖÖRA LEHTE!

5. Kahe arvu ruutude summa on ühe võrra suurem kui nende arvude summa ruut. Kui suur on nende arvudekorrutis?
6. Arvuta $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2048}$.
7. Raamatukogu lugemissaalis on kolme jalaga taburette ja nelja jalaga toole. Kõigil neil istub keegi ja keegi ei seisa saalis püsti. Saalis on kokku 39 jalga. Mitu taburetti, tooli ja inimest on saalis?
8. Aste 2009^{2009} kirjutatakse lahti üheks arvuks. Milline on saadud arvu üheliste number?
9. Suuringjooneks nimetatakse sellist kera pinnale joonistatud ringjoont, mille keskpunkt on kera keskpunktis. Joonistatakse kolm suuringjoont nii, et kõik kolm ei lõika teisi ühes ja samas punktis. Mitmeks pinnatükiks jagavad need ringjooned kera pinna?
10. Järgnevas on näide maatriksite korrutamisest:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Leida eelneva põhjal arvud a ja b :

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -7 \\ -2 & b \end{bmatrix}.$$

Põhikooli matemaatikavõistluse lõppvõistlus reedel, 06.02.2009

II OSA Lahendamisaeg 45 min, punkte 20



Mosaiigiklotside seas on kuut liiki klotse: võrdkülgse kolmnurga, ruudu, korrapärase kuusnurga ja kolme erinevat liiki ebakorrapärase nelinurga (viimased niisugused, nagu näha joonisel). Olgu pikkusühikuks ruudu külje pikkus ja pindalaühikuks ruudu pindala.



1. Kas pildil olevate kujundite põhjal on võimalik üheselt määrata kasutatud ebakorrapärase klotside kuju ja suurus? Leida, kui võimalik, nende ebakorrapärase klotside külgede pikkused, nurkade suurused ja pindalad. Kui see ei ole võimalik, siis põhjendada, miks ei ole.
2. Moodustada ruudukujulistest klotidest suuremaid ruute.
 - a) Missuguse arvjad moodustavad nende ruutude pindalad?
 - b) Mitu ruudukujulist kloti on vaja, et moodustada ruut, mille külje pikkus on n ?
3. Moodustada võrdkülgse kolmnurga kujulistest klotidest erineva suurusega võrdkülgseid kolmnurki ning trapetsikujulistest klotidest temaga sarnaseid trapetseid.
 - a) Missugused arvjad moodustuvad kasutatud klotside arvudest mõlemal nimetatud juhul?
 - b) Leida mõlemal juhul missugune on vastava arvjad n -s liige.

PÖÖRA LEHTE!

4. Kui võib kasutada kõiki joonisel olevaid klotse, kas klotsidest saab moodustada teisigi korrapäraseid kujundeid kui võrdkülgseid kolmnurki ja ruute?
 - a) Põhjendada, missuguseid kujundeid saab moodustada ja missuguseid mitte.
 - b) Sea kokku punktis a) võimalikuks tunnistatud kujundid vähimast võimalikust arvust klotsidest. Tee joonis või loetle ja nimeta need klotsid.

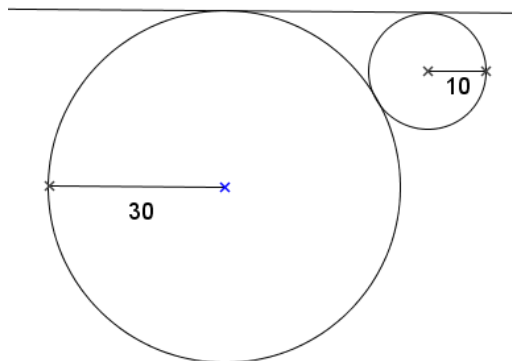
5. Klotsidega kaetakse võimalikult täpselt ruut, mille külje pikkus on $n = 1, 2, 3, 4$. Seejuures võib katmisel kasutada kõiki klotse välja arvatud ruudukujulisi. Iga kasutatav klots peab paiknema täielikult ruudu sees. Missugune ruutudest on kaetav suhteliselt kõige vähem ja missugune suhteliselt kõige rohkem? Joonista ka kasutatud katmisviisid. Tulemuse leidmisel võib kasutada ligikaudseid arve.

Põhikooli matemaatikavõistluse lõppvõistlus reedel, 06.02.2009

III OSA Lahendamisaeg 60 min, punkte 30



1. Ringide raadiused on 10 ja 30 pikkusühikut. Ringid puudutavad teineteist ja neil on ühine puutuja. Kui suur on ringide ja puutuja poolt ümbritsetud kujundi pindala?



2. Kaks erineva raadiusega ringi ei lõiku ega ole üks teise sees. Konstrueeri sirkli ja joonlaua abil punkt, mis on võrdsetel kaugustel mõlemat ringi ümbritsevatest ringjoontest. Leida vähemalt kolm lahendust. Tee arusaadav joonis ja selgita lühidalt lahendust. Joonlaua mõõtskaalat ei tohi kasutada.

3. Arvjada

$$1 + \frac{1}{1}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}, \dots$$

kui seda lõpmatult jätkata, viib ahelmurruni

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Leida selle arvjada kümnes liige lihtsustatuna.

PÖÖRA LEHTE!

4. Ruudulisele paberile joonestatakse kolmnurk nii, et selle kaks külge on $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{5}$ ning tipud asetsevad lehel olevate ruutude tippudes. Tee joonis. Kui suur on kolmnurga pindala? Pikkusühikuks on ruudu külg.
5. Kuubi sees on oktaeder, mille tipud asetsevad kuubi tahkude keskpunktides. Leida kuubi ja oktaedri ruumalade suhe.

