

Peruskoulun matematiikkakilpailu 2008

Alkukilpailutehtävien ratkaisuja



Ratkaisut ovat esimerkkiratkaisuja.

1. a) 15 seittiä

Oikea vastaus

Perustelu esimerkiksi

"seittien määrä lisääntyy seuraavasti: 2, 3, 4, 5"

tai "joka kerta tulee lisää yksi enemmän kuin tuli edellisellä kerralla".

b) Kolminkertainen tai 3 kertaa ylimmän mittainen

Oikea vastaus

Perustelu

esimerkiksi "aina tulee $1\frac{1}{3}$ ruutua lisää" tai kuva

Hyväksytään vastauksena myös

likiarvovastaus noin kolminkertainen jne tai

noin kolme kertaa pidempi tai 4 ruutua pidempi.

Hyväksytään myös

yleiskielen ilmaus "kolme kertaa suurempi" tai

joskus käytetty "kaksi kertaa suurempi", koska tällä ei tässä yhteydessä ilmeisestikään voida tarkoittaa kaksinkertaista.

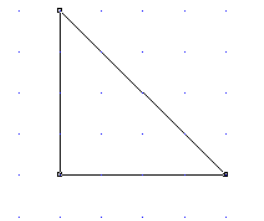
Huomaa, että Kotimaisten kielten tutkimuskeskus suosittaa, että näitä ilmauksia ei käytettäisi ehdotonta täsmällisyyttä vaativissa yhteyksissä.

Katso esimerkiksi MAOLin sivuilta eDimension pikku- uutista "Kaksi kertaa suurempi" tai tutkijan artikkelia <http://www.kotus.fi/index.phtml?s=885>.

Hyväksytään vastaavasti perusteluissa likiarvot.

c) Suorakulmainen kolmio,
jonka kanta on 4 ja korkeus 4

tai tasakylkinen suorakulmainen kolmio



2. 6,75 €

Vaavi 2 €, Ipana $1,5 \cdot 2€ = 3€$

Napero $1,5 \cdot 3€ = 4,5€$

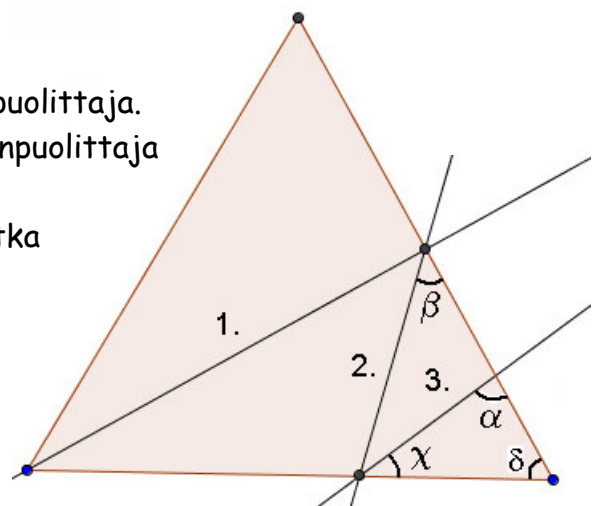
Vekara $1,5 \cdot 4,5€ = 4,5€ + 2,25€ = 6,75€$

3. Vasemmalta Napero, Vekara, Vaavi, Ipana

4. 1, 2, 3, 4, 5 ja -2, -1, 1, 5, 12

5. 82,5°

1. Piirretään tasasivuisen kolmion yhden kulman puolittaja.
2. Puolitetaan toinen niistä kulmista, jotka kulmanpuolittaja muodostaa vastakkaisen sivun kanssa.
3. Puolitetaan sitten pienempi niistä kulmista, jotka viimeksi piirretty kulmanpuolittaja muodostaa vastakkaisen sivun kanssa.
4. Tasasivuisen kolmion kärkeen jäävän pienen kolmion suurin kulma on α .



Oikea kuva

$$\beta = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

$$\delta = 60^\circ \text{ (tasasivuisen kolmion kulma)}$$

$$\chi = (180^\circ - \beta - \delta) : 2 = 37,5^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - \delta - \chi = 82,5^\circ$$

6. 250 l

Pythagoraan lauseen käyttäminen osaan lappeen pituutta

$$x = \sqrt{(55 \text{ cm})^2 + (150 \text{ cm})^2} \approx 159,8 \text{ cm}$$

Oivallus, että sademäärä mitataan vaakasuoralta pinnalta ja

yhdenmuotoisuudella $\frac{y}{65 \text{ cm}} = \frac{150 \text{ cm}}{x} \Rightarrow y \approx 61,0 \text{ cm}$

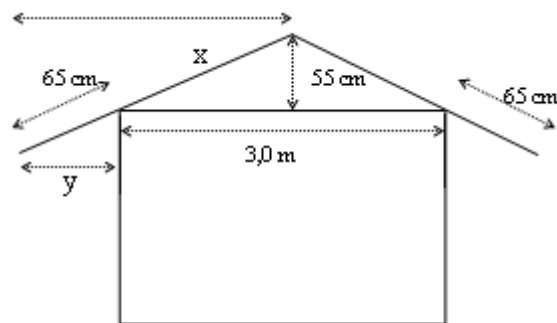
Laskettu pinta-ala $A = 2 \cdot (y + 150 \text{ cm}) \cdot 500 \text{ cm} = 211000 \text{ cm}^2$

Laskettu tynnyreihin tuleva vesimäärä

ja annettu tulos litroina

$$211000 \text{ cm}^2 \cdot 1,2 \text{ cm} = 253200 \text{ cm}^3 = 253,2 \text{ dm}^3 \approx 250 \text{ l}$$

Hyväksytään myös 253 l.



7. 8 päivässä

Käärmeestä menee päivässä koloon

$$7\frac{1}{2} : \frac{5}{14} = \frac{15}{2} \cdot \frac{14}{5} = 21 \text{ angulaa}$$

Käärme kasvaa päivässä

$$2\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{11}{4} \cdot \frac{4}{1} = 11 \text{ angulaa}$$

Käärmeestä näkyvissä oleva osa vähenee päivässä

$$21 \text{ angulaa} - 11 \text{ angulaa} = 10 \text{ angulaa}$$

Koko käärme on kolossa

$$80 \text{ angulaa} : 10 \text{ angulaa/päivässä} = 8 \text{ päivässä}$$

8. a) $-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} & \frac{-5}{-5} - (-5) - \left(\frac{3+7}{3-7}\right)^2 \\ & = 1 + 5 - \left(\frac{10}{-4}\right)^2 = 6 - \left(\frac{100}{16}\right) = \frac{96}{16} - \frac{100}{16} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

b) ♠ ei ole ja ♦ on

♠ Esim. $\frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$ mutta $\frac{2}{1} - 1 = 1$

Hyväksytään laskettuna millä tahansa esimerkkiluvuilla.

♦ Todistus kirjainten avulla

$$\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{y^2 + 2yx + x^2}{y^2 - 2yx + x^2} = \left(\frac{y+x}{y-x}\right)^2$$

tai sanallinen päättely, esimerkiksi

"Osoittajan lukujen vaihtaessa paikkaa summan arvo ei muutu. Nimittäjän lukujen vaihtaessa paikkaa tulee nimittäjään edellisen tilanteen vastaluku. Näin ollen myös osamäärä tulee edellisen tilanteen vastaluvuksi. Luvun ja sen vastaluvun neliö ovat yhtä suuria, joten laskutoimitus on vaihdannainen."