

I часть Время для решения 30 минут Возможное число баллов 20

Во время решения заданий этой части использования калькулятора не разрешается

1. Вычисли: $\left(\frac{1}{10}\right)^{(-1)^5}$.

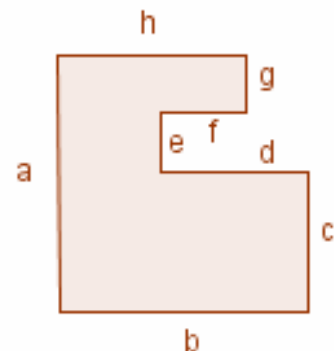
2. Которое из чисел 3^{400} и 4^{300} больше? Обоснуй.

3. Какое число является одной пятой от половины четверти трети половины 1200?

4. Пусть $a * b = a^2 + ab + 3b + 1$, где a и b – действительные числа. Найди по крайней мере одно такое число a , для которого не существует такого числа b , что

$$a * b = 2.$$

5. На соседнем рисунке все углы прямые. Вырази периметр этой фигуры таким образом, чтобы в полученной формуле было как можно меньше букв.



6. Выполняется ли соотношение, прослеживающееся в соседних равенствах, для всех натуральных чисел? Обоснуй.

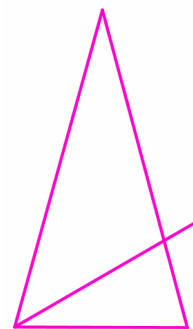
$$2^2 - 1^2 = 2 + 1$$

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2$$

$$4^2 - 3^2 = 4 + 3$$

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

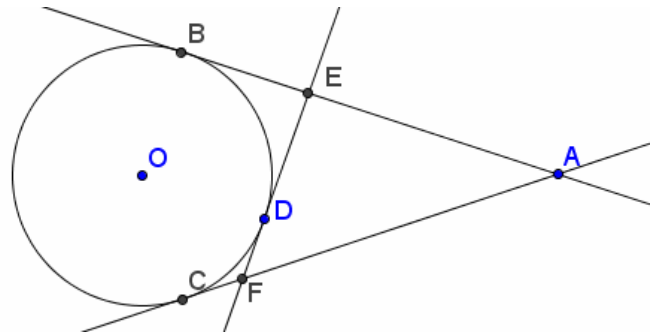
7. Основание равнобедренного треугольника 1, а боковая сторона 10. Из вершины угла при основании проводят луч таким образом, что внутри треугольника остаётся отрезок, равный основанию. На части какой длины делит этот луч боковую сторону треугольника?



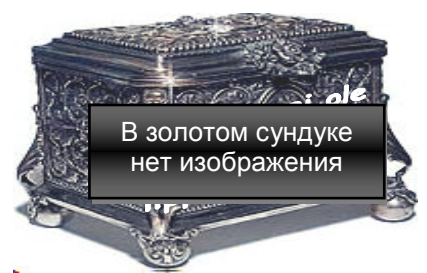
ПЕРЕВЕРНИ ЛИСТ!

8. В одном селе живёт 800 женщин. Из них 3% носит одну серёжку. Половина из остальных 97% носит две серёжки, другая половина не носит серёжек вообще. Сколько серёжек у женщин села всего?

9. На окружность с центром O опущены касательные из точки A , которые касаются окружности в точках B и C . Отрезок AB равен 10 единицам. Между точками B и C на окружности выбирают произвольную точку D и проводят через неё касательную EF . Найди периметр треугольника AEF .



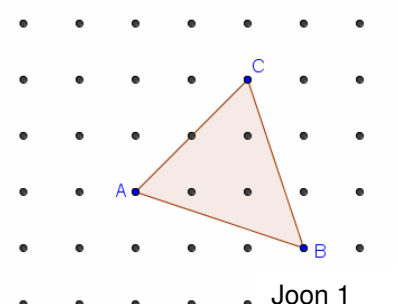
10. В пьесе Шекспира «Венецианский купец» у Порции были золотой, серебряный и свинцовый сундуки. В одном из них находилось изображение Порции. Тот жених, которому удастся выбрать сундук с изображением, станет мужем Порции. Порция сама хотела бы выбрать мужа именно по рассудительности. Именно поэтому она выцарапала на сундуках тексты, при помощи которых можно выбрать рассудительного мужа. Она сообщила, что не более чем одно из представленных высказываний истинно. В каком сундуке изображение?



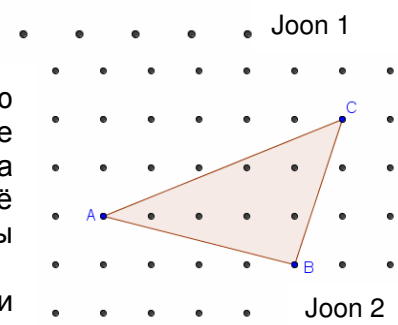
II часть Время для решения 45 минут Возможное число баллов 20

В этой части используется **геодоска с гвоздями размером 11x11**, если в тексте не сказано иное, и бумага в клеточку.

1. а) Насколько велик наибольший треугольник, который можно сделать на геодоске?
- б) Сколько треугольников разной формы с наибольшей площадью можно сделать?
- с) Сколько треугольников разной формы с наибольшей площадью можно сделать на доске $n \cdot n$?



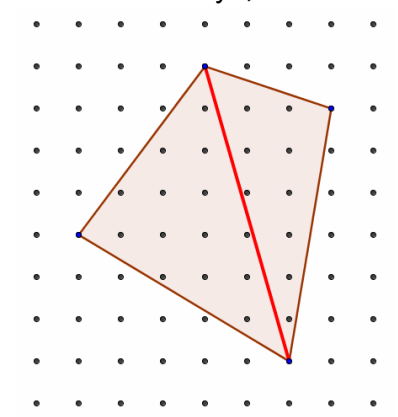
2. а) Как следует изменить положение вершины треугольника на геодоске на рисунке 1, чтобы площадь треугольника не изменилась, а одна сторона треугольника стала бы горизонтальной или вертикальной? Измени после этого и другую вершину так, чтобы площадь треугольника не изменилась и одна сторона треугольника была горизонтальной, а другая вертикальной. Нарисуй своё решение. Одного решения достаточно. Вершины изменяй как можно меньше.



- б) Покажи, что треугольник на рисунке 2 нельзя с теми же условиями изменить так, чтобы одна его сторона была горизонтальной, а другая вертикальной.
3. а) Насколько велик наибольший из прямоугольников, стороны которого не параллельны сторонам геодоски?
 - б) Насколько велик наибольший из прямоугольников на **геодоске $n \cdot n$** , стороны которого не параллельны сторонам геодоски?

4. Обозначим за r число гвоздей, остающихся на сторонах многоугольника, образованного на геодоске, а за s – число гвоздей, остающихся внутри многоугольника.


- а) Если $s = 0$, то площадь A треугольника легко выразить при помощи r . Вырази формулу площади в этом случае через r .
- б) Выполняется ли эта формула и для других многоугольников? Обоснуй, если возможно.
- с) Площадь треугольника, образованного на геодоске, можно выразить через r и s . Найди соответствующую формулу.



5. Построй на геодоске четырёхугольник и другой резинкой его диагональ. Таким образом пятью непересекающимися отрезками, у которых вместе четыре конца, геодоска разделится на три части (2 треугольника внутри многоугольника и оставшаяся часть геодоски).

- а) Сделай на геодоске различные многоугольники и в них одну или более непересекающихся друг с другом диагоналей. Сделай соответствующие рисунки и запиши для каждого случая количество вершин, отрезков и полученных частей.
- б) Какая формула связывает количество вершин K , количество отрезков I и количество частей A ?

III часть Время для решения 60 минут Возможное число баллов 30

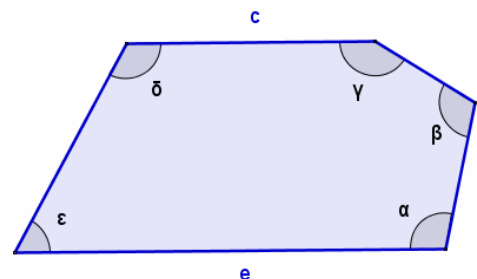
1. Сколько чисел, состоящих из 3 цифр, можно записать при помощи показанного на рисунке «семисегментного» шрифта, не используя цифру 1, если требуется, чтобы при повороте числа на 180 градусов его численное значение не менялось?
- 

2. В турнире каждая команда играла с каждой другой командой ровно один раз. В следующей таблице ситуация после соревнования приведена с частичными пропусками.

Команда	Победы	Ничьи	Поражения	Забитые мячи	Пропущенные мячи
A	1	1	1	1	1
B	3	0	0	6	1
C	1	1	1	1	3
D	0			1	4

- a) Сколько игр команда D сыграла вничью и сколько проиграла?
b) С каким результатом завершилась встреча команд B и C?
3. В Ведах, примерно трёхтысячелетних книгах на санскрите, приведено руководство по нахождению квадрата двузначного числа, оканчивающегося на 5:
«Отбрось цифру пять из конца числа, умножь полученное число на число, на единицу его большее, припиши к полученному произведению в конец 25.»
a) Докажи, что это руководство действующее.
b) Подходит ли предложенное руководство и для чисел, которые не являются двузначными?

4. В пятиугольнике две стороны параллельны между собой – c и e . Это один из четырнадцати различных не являющихся правильными пятиугольников, при помощи которых можно покрыть без наложений и дырок всю плоскость.



- a) Что можно сказать про углы этого пятиугольника?
b) Как нужно расположить такие пятиугольники, чтобы между ними не оставалось дырок и они не перекрывали друг друга?
5. Внутри круга нарисован наибольший возможный правильный шестиугольник, а вокруг круга нарисован наименьший возможный правильный шестиугольник. Площадь меньшего шестиугольника составляет 3 (единицы площади). Чему равна площадь большего шестиугольника?