

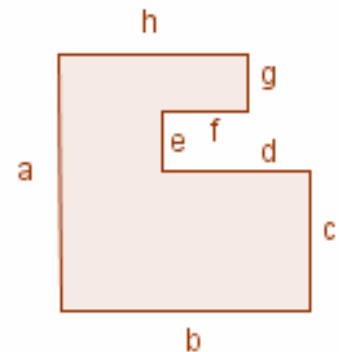
Peruskoulun matematiikkakilpailu Loppukilpailu perjantaina 1.2.2008



OSA 1 Ratkaisuaika 30 min Pistemäärä 20

Tässä osassa ei käytetä laskinta.

1. Laske $\left(\frac{1}{10}\right)^{(-1)^5}$.
2. Kumpi luvuista 3^{400} vai 4^{300} on suurempi? Perustele.
3. Mikä luku on viidennes luvun 1200 puolikkaan neljänneksen kolmanneksen puolikkaasta?
4. Olkoon $a * b = a^2 + ab + 3b + 1$, missä a ja b ovat reaalilukuja.
Etsi ainakin yksi sellainen luku a , jolle ei ole olemassa sellaista lukua b , että $a * b = 2$.
5. Viereisessä kuvassa kaikki kulmat ovat suoria.
Ilmoita kuvion piiri lausekkeena niin,
että käytät mahdollisimman vähän kirjaimia.



6. Päteekö esimerkkiyhtälöiden osoittama yhteys yleisesti kaikille luonnollisille luvuille? Perustele.

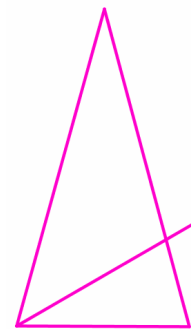
$$2^2 - 1^2 = 2 + 1$$

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2$$

$$4^2 - 3^2 = 4 + 3$$

$$5^2 - 4^2 = 5 + 4$$

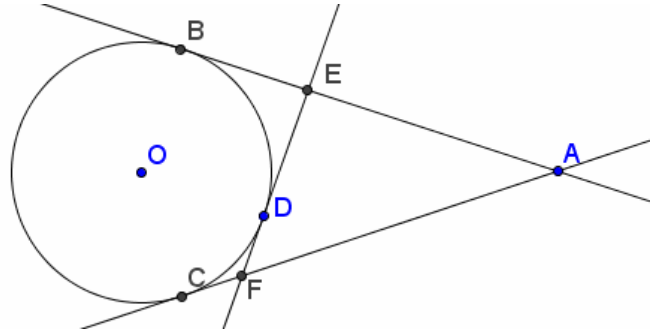
7. Tasakylkisen kolmion sivujen mittaluvut ovat 1 (kanta) ja 10 (kylki). Kannan päätepisteen kautta piirretään sellainen suora, että siitä jää kolmion sisään kannan pituinen jana. Kuinka pitkiin osiin suora jakaa kolmion kyljen?



KÄÄNNÄ!

8. Eräässä kylässä asuu 800 naista. Heistä 3 prosenttia käyttää yhtä korvakorua. Lopuista 97 prosentista puolet käyttävät kahta korvakorua ja puolet eivät käytä korvakoruja lainkaan. Kuinka monta korvakorua kylän naisilla on yhteensä käytössä?

9. Ympyrälle O piirretään tangentit pisteestä A sivuamispisteisiin B ja C . Jana AB on 10 yksikköä pitkä. Ympyrän kehältä pisteiden B ja C väliltä valitaan umpimähkään piste D ja sen kautta piirretään ympyrälle tangentti EF . Kuinka pitkä on kolmion AEF piiri?



10. Shakespearen näytelmässä *Venetsian kauppias* Portialla oli kulta-, hopea- ja lyijylipas. Yhden sisällä oli Portian muotokuva. Mikäli kosija onnistuisi valitsemaan lippaan, jonka sisällä muotokuva oli, hän saisi Portian puolisoikseen.

Portia halusi valita puolisonsa älykkyyden perusteella. Siksi hän kaiverretti lippaisiin tekstit, joiden perusteella oikean ratkaisun voi päätellä, ja kertoi, että enintään yksi väite on totta. Missä lippaassa muotokuva oli?



Kulta:
Muotokuva on
tässä lippaassa.



Hopea:
Muotokuva ei ole
tässä lippaassa.



Lyijy:
Muotokuva ei ole
kultaissa lippaassa.

Peruskoulun matematiikkakilpailu

Loppukilpailu perjantaina 1.2.2008

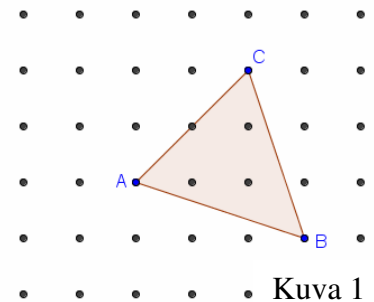


OSA 2 Ratkaisuaika 45 min Pistemäärä 20

Tässä osassa käytetään **11·11-piikkistä geolautaa**, ellei muuta mainita, sekä ruutupaperia.

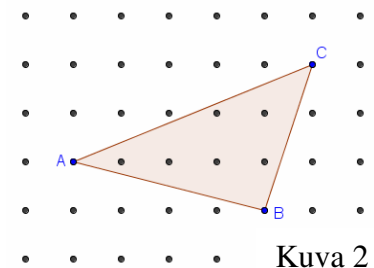
1. a) Kuinka suuri on suurin kolmio, jonka voit tehdä geolaudalle?
 b) Kuinka monta eri muotoista, pinta-alaltaan suurinta kolmiota voit tehdä?
 c) Kuinka monta eri muotoista, pinta-alaltaan suurinta kolmiota voit tehdä ***n·n-piikkiselle*** geolaudalle?

2. a) Mitä kuvan 1 kolmion kärkeä voidaan siirtää geolaudalla alan muuttumatta niin, että kolmion yksi sivuista saadaan vaaka- tai pystysuoraksi? Siirrä tämän jälkeen toistakin kärkeä pinta-alan muuttumatta niin, että kolmiossa on sekä pysty- että vaakasuora sivu. Piirrä ratkaisu. Yksi ratkaisu riittää. Siirrä kärkiä mahdollisimman vähän.
 b) Osoita, että kuvan 2 kolmiota ei voi muuttaa vastaavalla tavalla sellaiseksi suorakulmaiseksi kolmioksi, että siinä olisi sekä pysty- että vaakasuora sivu.



Kuva 1

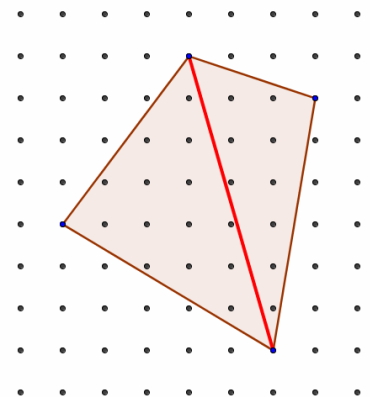
3. a) Kuinka suuri on suurin sellaisista suorakulmioista, jonka sivut eivät ole geolaudan sivujen suuntaiset?
 b) Kuinka suuri on ***n·n -piikkisellä geolaudalla*** suurin sellaisista suorakulmioista, jonka sivut eivät ole laudan sivujen suuntaiset?



Kuva 2

4. Merkitään r :llä geolaudalle tehdyn monikulmion reunalla olevien piikkien lukumäärää ja s :llä monikulmion sisällä olevien piikkien lukumäärää.
 a) Jos $s = 0$, niin kolmion pinta-ala A on lausuttavissa helposti r :n avulla. Ilmoita pinta-alan lauseke r :n avulla lausuttuna
 b) Päteekö a-kohdassa saamasi tulos muille monikulmioille? Perustele, jos mahdollista.
 c) Geolaudalle tehdyn kolmion pinta-ala voidaan ilmoittaa r :n ja s :n avulla. Etsi tämä lauseke.

5. Tehdään geolaudalle nelikulmio ja siihen toisella kumilenkillä lävistäjä. Näin geolauta tulee jaetuksi kolmeen alueeseen (kaksi kolmiota monikulmion sisällä, yksi ulkopuolella) viidellä toisiaan leikkaamattomalla janalla, joilla on yhteensä 4 päätepistettä, kärkeä.
 a) Tee geolaudalle erilaisia monikulmioita ja niihin yksi tai useampia toisiaan leikkaamattomia jäniteitä. Piirrä kuviot ja kirjaa kärkien, janojen ja alueiden lukumäärä kussakin tapauksessa.
 b) Millainen yhtälö sitoo toisiinsa kärkien lukumäärän K , janojen lukumäärän J ja alueiden lukumäärän A ?

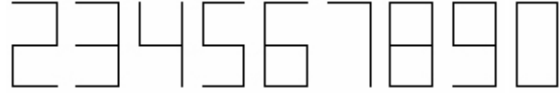


Peruskoulun matematiikkakilpailu

OSA 3 Ratkaisuaika 60 min Pistemäärä 30



1. Kuinka monta sellaista kolminumeroista lukua voit kirjoittaa kuvan mukaisella ”seitsemän segmentin” fontilla käyttämättä numeroa ”1”, että ne säilyvät arvoltaan muuttumattomina, kun niitä kierretään 180° ?

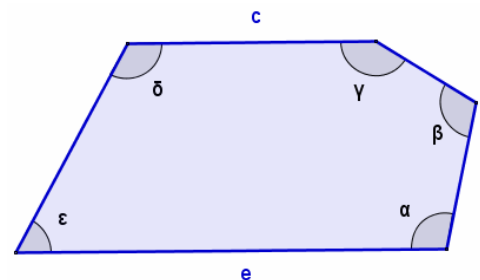


2. Sarjassa jokainen joukkue on pelannut jokaista joukkuetta vastaan kerran. Ohessa olevassa taulukossa on otteluiden jälkeinen tilanne osittain puutteellisena.

Joukkue	Voitot	Tasapelit	Tappiot	Tehdyt maalit	Päästetyt maalit
A	1	1	1	1	1
B	3	0	0	6	1
C	1	1	1	1	3
D	0			1	4

- a) Kuinka monta tasapeliä joukkue D pelasi ja kuinka monta tappiota joukkue D kärsi?
 b) Mikä oli ottelun B–C lopputulos?
3. Noin kolme tuhatta vuotta vanhoissa sanskriitinkielisissä Veda-kirjoissa [veda=tieto] on ohje viitoseen päätyvän kaksinumeroisen luvun neliön laskemiseksi:
”jätä viitonen pois luvun lopusta, kerro saamasi luku sitä yhtä suuremmalla luvulla, kirjoita saamasi tulon perään luku 25”.
 a) Osoita, että sääntö pätee.
 b) Päteekö sääntö muille kuin kaksinumeroisille luvuille?

4. Viisikulmiossa on kaksi keskenään yhdensuuntaista sivua c ja e . Se on yksi niistä neljästätoista erilaisesta epä-säännöllisestä viisikulmiosta, joilla voidaan peittää taso.
 a) Mitä voit sanoa kuvion kulmista?
 b) Miten tällaiset viisikulmiot on asetettava, että kuvioden väliin ei jää rakoja eivätkä ne peitä toisiaan edes osaksi?



5. Ympyrän sisälle on piirretty suurin mahdollinen säännöllinen 6-kulmio ja ympärille pienin mahdollinen säännöllinen 6-kulmio. Pienemmän 6-kulmion pinta-ala on 3 (pinta-alayksikköä). Kuinka suuri on suuremman 6-kulmion pinta-ala?