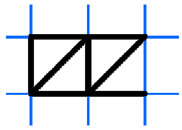
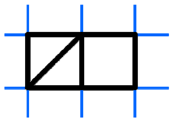
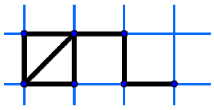
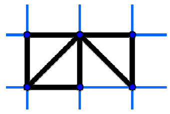
Peruskoulun matematiikkakilpailu
Alkukilpailu 2009

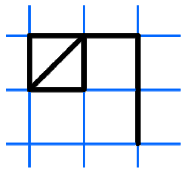
Ratkaisut ja pisteitysohjeet

Ratkaisut ovat esimerkkiratkaisuja.
Muutkin oikeaan tulokseen johtavat ratkaisutavat ja perustelut hyväksytään.

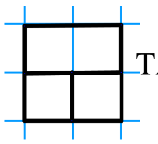
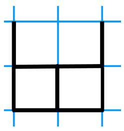
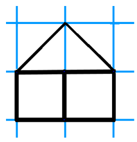
1. a) Viimeiseen kuvioon kaksi janaa lisää mallia noudattaen.  3 p

Ei noudata mallia, mutta pysyttelee samassa vaakatasossa. 2 p

Esimerkiksi   

Lisätty kaksi janaa, mutta ei pysyttele samassa vaakatasossa 1 p
Esimerkiksi 

Piirretty kuudes kuvio 1 p

b) Numero 6 ja sen peilikuva yhteen piirrettyinä  TAI  TAI 

Kuva ja sääntö 3 p
Sääntö tai kuva puuttuu –1 p

2. a) Unssissa on noin 28 g. $\frac{340}{12} \approx \underline{28{,}3} \approx \underline{28}$

b) Paunassa on 16 unssia. $\frac{12}{\frac{3}{4}} = \underline{16}$

c) Paunassa on noin 450 g. $\frac{340}{\frac{3}{4}} \approx \underline{453} \approx \underline{450}.$

Joka kohdassa	oikea lasku	1 p
	oikea vastaus	+1 p

Pyöristysvirhe (vain kerran koko tehtävässä) -1 p
Yksiköitä ei vaadita eikä väärästä yksiköstä vähennetä pisteitä.

3. a) $1+\frac{1}{999\,999\,999\,999}=1\frac{1}{999\,999\,999\,999}$

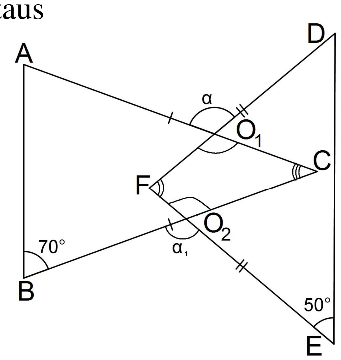
b) $1-\frac{1}{999\,999\,999\,999}=\frac{999\,999\,999\,998}{999\,999\,999\,999}$

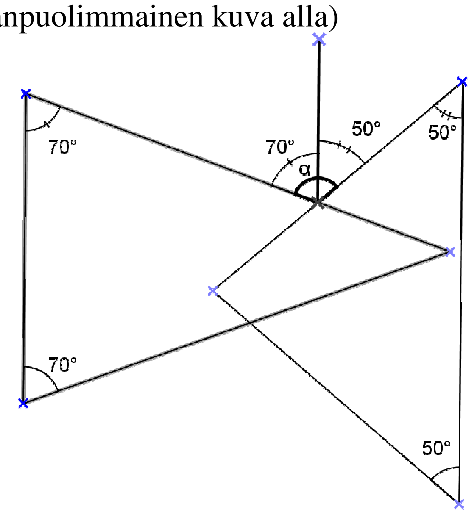
c) $1:\frac{1}{999\,999\,999\,999}=999\,999\,999\,999$

Joka kohdassa	oikea lasku(toimitus)	1 p
	oikea vastaus	+1 p

4. <u>120º</u>

tasakylkisen kolmion kantakulmat ovat yhtä suuret	1 p
apupiirros (kantojen suuntainen puolisuora, oikeanpuolimmainen kuva alla)	+2 p
alfan osat samankohtaisia kantakulmien kanssa	+1 p
alfan osien suuruudet	+1 p
lasku ja vastaus	+1 p



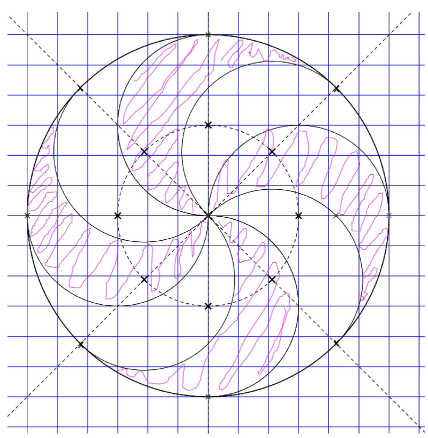


TAI

Koska kolmiot ovat tasakylkiset, voidaan laskea kaikki kulmat (vasen kuva yllä):

<F = 180º – 50 º – 50 º = 80 º ja <C=180 º -70 º -70 º =40 º	1 p
$\alpha_1 = \alpha$ (koska AB||DE ja kolmiot ovat tasakylkiset)	+1 p
ja niiden vastakkaiset kulmat myös yhtäsuuret: $O_1=O_2=\alpha_1=\alpha$	+1 p
nelikulmion CO_1FO_2 kaikkien kulmien summa on 360 º	+1 p
O_1= (360 º - 80 º-40 º)/2 = 120 º	+1 p
eli α= 120 º	+1 p

5. <u>Puolet</u>, koska ympyrä on jaettu kahdeksaan yhtenevään alueeseen, joista neljä on tummennettu.



Ympyrä	1 p
Jakopisteet	+1 p
Kaaret	+1 p
Tummennus	+1 p
Vastaus (puolet tai 50 %)	+1 p
Perustelu	+1 p

Ympyrän säde muu kuin 6 ruutua	–1 p
Apupiirrokset eivät näkyvissä tai pyyhitty	–3 p
Kaaret muita kuin puoliympyröitä	–1 p
Jokin muu jako kuin kaarilla (sektorit tms.)	–2 p

6. Yhdessä ruudussa 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45
Koko ruudukossa $9 \cdot 45 = 405$
Laskettu puuttuvat luvut ruutu kerrallaan
405 – (27 + 14 + 11 + 22 + 8 + 16 + 5 + 16 + 20) = <u>266</u>

TAI

Laskettu puuttuvat luvut numero kerrallaan
405 – (27 + 32 + 21 + 12 + 20 + 8 + 9 + 6 + 4) = <u>266</u>

TAI

Jos sudoku on ratkaistu ja puuttuvien lukujen summa laskettu oikein.

Yhden ruudun lukujen summa	1 p
Koko ruudukon lukujen summa	+1 p
Näkyvissä olevien lukujen summa	+2 p
Puuttuvien lukujen summa	+2p
Jokainen puuttuva laskutoimitus tai selitys	–1 p
Pelkkä oikea vastaus	1 p

TAI

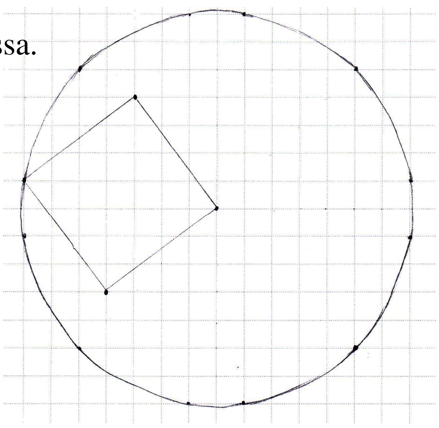
Koko ruudukossa pitäisi olla yhdeksän kutakin lukua. Ruudukosta puuttuu viisi ykköstä, kuusi kakkosta jne. eli 5 · 1 + 6 · 2 + 6 · 3 + 7 · 4 + 5 · 5 + 7 · 6 + 6 · 7 + 5 · 8 + 6 · 9 = 266

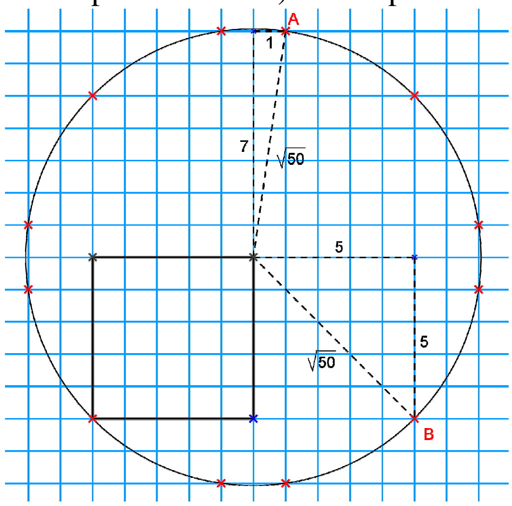
Lauseke	3 p
selitys	+3 p

7. Säteen pituus $r = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$
Sama pituus toisella kokonaislukupisteellä $\sqrt{50} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{1^2 + 7^2}$
Koko ympyrässä symmetrian perusteella (1+3+1+7 = 4+8 = $4 \cdot 3 =$) <u>kaikkiaan 12 pistettä.</u>

Säteen pituus laskettu $\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$	1 p
Kuva (neliö ja ympyrä) johon on merkitty pisteet	+1 p
Osoitettu että piste (7, 1) (tai (1, 7 tai ...) on kehällä $\sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$	+1 p
Symmetrian (tms.) perusteella löydetty muut pisteet	+2 p
ja vastaus	+1 p
Löydetty neljä pistettä ilman säteen pituuden laskua	1 p
Löydetty 5–11 pistettä ilman säteen pituuden laskua	2 p
Löydetty kaikki pisteet ilman säteen pituuden laskua (ts. kehällä olo perustelematta)	3 p

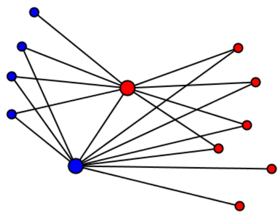
Neliö voi olla eri asennoissa.





8. a) Tyttöjä on enemmän kuin poikia. 1 p

Kuva tai muu perustelu +1 p



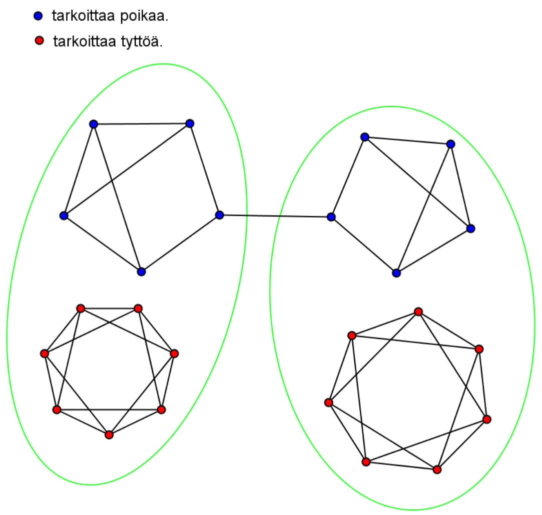
(Ratkaisu perustuu siihen, että kaveruuksien määrät ovat **tasan** ilmoitetut määrät ja että kaveruus on **kaksisuuntainen**.)

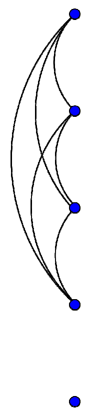
b) Jokaisella pojalla on kaverina kolme poikaa. 5 poikaa ei riitä, tarvitaan 10 poikaa. 1 p

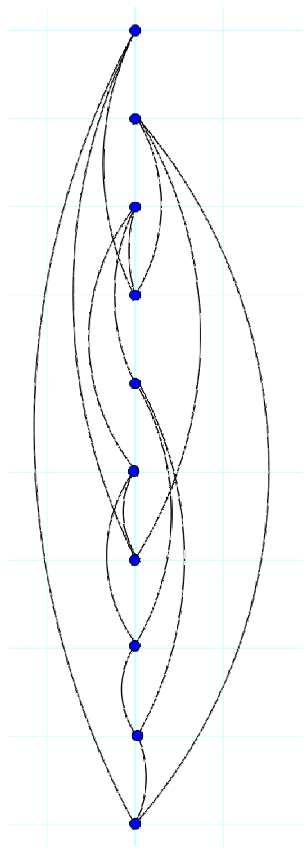
(Alempana olevasta keskimmäisestä kuvasta näkyy, että viidellä pojalla **ei voi** olla **tasan** kolmea kaveria, ja oikeanpuoleisesta, että kymmenellä pojalla voi.)

Jokaisella tytöllä on kaverina neljä tyttöä. Tällöin riittäisi 7 tyttöä.
MUTTA jos on vain 7 tyttöä, ei toteudu se, että jokaisella tytöllä on kaverina viisi poikaa ja jokaisella pojalla kaverina seitsemään tyttöä.
Tyttöjä on siis oltava 14. +2 p

(Kuvassa toistensa kanssa yhteyksissä olevat tytöt ja pojat ovat samassa ellipsissä.)
Nettiyhteisössä on oltava yhteensä **vähintään 24** henkilöä. +1 p







Vastaus ilman perustelua	0 p
Tyttöjä enemmän kuin poikia, mutta perustelu ontuu	1 p
Perustelu järkevä	+1 p
Selventävä kuvio	+2 p
Päättely oikein	+2 p

Väärä vastaus jossa kuitenkin on oikeaa päättelyä esim.5 poikaa ja 7 tyttöä tai muu 5:lla ja 7:lla jaollinen 4 p

TAI

Jokaisella tytöllä on kaverina 5 poikaa, jokaisella pojalla on kaverina 7 tyttöä, siis "Tyttö-poika" kaveruuksien määrä on oltava 35:lla jaollinen, 1 p
sillä tytöt 7n ja pojat 5n (jossa n€N), eli tyttöjä on enemmän +1 p
Poikien määrä on oltava parillinen, muuten ei verkosto onnistu, koska jokaisella pojalla on kaverina 3 poikaa. +1 p
Tyttöjen kaveruuksien määrä onnistuu aina, jos niiden määrä on suurempi kuin 5, jokaisella on 4 kaveria. +1 p
Siis pienin n= 2, siis sillä 7*2=14 tyttöä ja 5*2= 10 poikaa. +1 p
Yhteensä 24 henkilöä. +1 p