

Vuoden 2009 peruskoulun matematiikkakilpailun alkukilpailun tulosten ja tehtävien analysointi

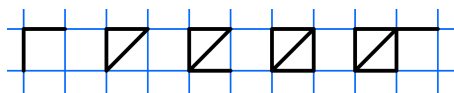
Anastasia Vlasova
Peruskoulun matematiikkakilpailutyöryhmä

Tämän työn tarkoituksena oli saada käsitys siitä, kuinka sopiva peruskoulun matematiikkakilpailun alkukilpailun tehtäväsarjan vaikeustaso on, minkätyyppisiä tehtäviä opiskelijat osaavat ratkaista, mitä heitä kiinnostaa eniten ja mitkä ovat tyypilliset virheet, jotka estävät opiskelijoita pääsemästä hyvään tulokseen. Kilpailun antama kuva siitä, mikä on helppoa ja mikä vaikeaa opiskelijoille, voi poiketa tavallisen oppitunnin antamasta. Siitä voi kuitenkin olla apua opettajan omassa koulutyössä.

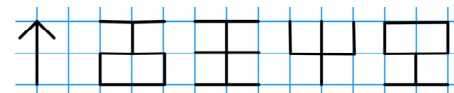
Alkukilpailusta työryhmälle lähetettiin 780 opiskelijan työt. Tuomaristo käy arvostelun yhtenäistämisen takia läpi vajaat puolet näistä noin sadan parhaan listan laatimiseksi. Ne osoittavat opettajien tehneen arviointityönsä tunnollisesti pisteitysohjeen mukaan, joten muidenkin papereiden voidaan uskoa antavan totuudenmukaista kuvaa. Työryhmälle lähetetyissä töissä pistemäärät vaihtelevat 11 ja 42 pisteen välillä, maksimina 48.

Tehtäväsarja pyritään järjestämään vaikeustason ja tehtävän vaatiman työmäärän mukaan. Tehtävät on nähtävissä verkossa [1]. Tällä kerralla ensimmäisenä tehtävänä oli säännönmukaisuuden etsiminen kuvasarjasta. Tehtävässä oli vain lyhyt sanallinen ohje eikä lainkaan laskemista.

Ensimmäinen kohta oli ruutupohjalle tehty kuvasarja, ornamentin alkupää, jota pyydettiin



jatkamaan. B-kohdassa oli kyse symmetrian tunnistamisesta, vaikka myös siinä kysyttiin näennäisesti jonon seuraavaa jäsentä.

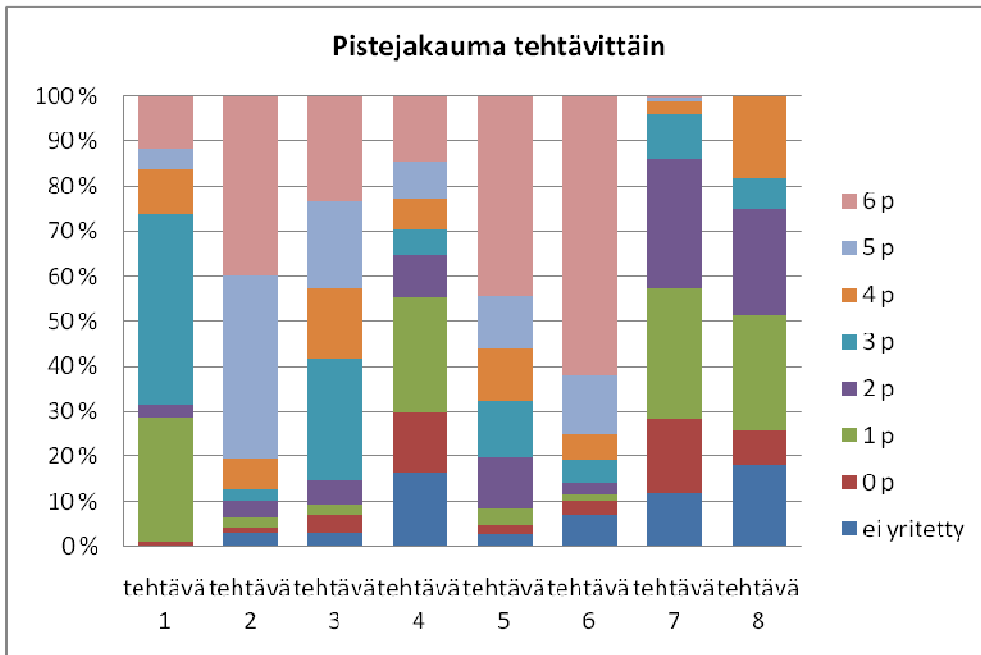


Tehtävän oletettiin olevan helppo, varsinkin kun b-kohtaa oli testattu etukäteen alaluokilla. Niin ei kuitenkaan ollut, vaan neljä muuta oli sitä helpompia: helppousjärjestys 2,6,5,3,1,4,8,7. Olisiko niin, että tehtävän tekninen helppous ei auta, jos oppilaat eivät ole tottuneet keksimään ja ideoimaan. Kuvassa 1 ovat pistejakaumat tehtävittäin.

On luonnollista, että oppilaat tutustuvat tehtäviin siinä järjestyksessä kuin ne on esitetty. Tehtäviä on paljon aikaan nähden, joten kaikkia tehtäviä kaikki eivät ehdi tekemään. Voisi siis olettaa, että joukossa on paljon oppilaita, jotka eivät ole edes yrittäneet viimeisiä tehtäviä. Kuvan 1 pistemääräjakaumat eivät

tue tätä, sillä ei lainkaan yrittäneitä on seitsemännessä tehtävässä vähemmän kuin neljännessä ja kahdeksannessakin suunnilleen yhtä paljon kuin neljännessä. Kahdeksas tehtävä oli lisäksi oppilaiden suoritusten perusteella helpompi kuin seitsemäs.

Kun tehtävät järjestetään niitä yrittäneiden oppilaiden määrän mukaan, niin numerojärjestyksestä poikkea vain tehtävä 4, geometrinen päättely: 1,2/3/5, 6,7,4,8. Kun siinä ei ole vierastuttavaa pitkää tekstiä, niin ehkä sen outous on siinä, että geometrista päätelyä ja perustelua ei harrasteta paljontaan opetuksessa.



Kuva 1 : pistejakaumat tehtävittäin.

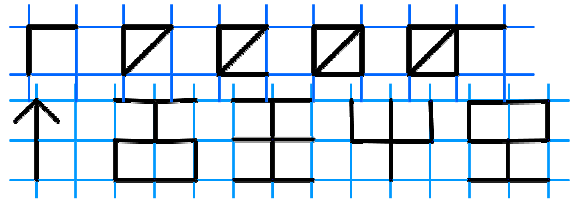
Tytöt vs Pojat

Saaduista paperista oli 357 (46 %) tyttöjen ja 423 (53 %) poikien. Koulujen tasolla ei siis ole suurta eroa parhaiden osalta. Keskimäärin pärjäävät koko 0,9 (vain!) pistettä paremmin. Keskimäärin tehtävittäin ero ei ylitä 0,5 pistettä. Tehtävät 1-4 onnistuivat paremmin pojilla. Tehtävät 5-8 onnistuivat paremmin tytöillä. Pojat pärjäävät tyttöä paremmin (suurin ero) tehtävässä 4 (ero 0,5 p). Tytöt pärjäävät poikia paremmin (suurin ero) tehtävässä 6 (ero 0,4 p).

Tehtäväkohtaisia havaintoja

Tehtävä 1.

- a) Piirrä jonon seitsemäs kuvio.
b) Piirrä jonon seuraava kuvio.
Minkä säännön mukaan jono muodostuu?



Keskiarvo 2,9 pistettä (Mo=3, Md=3).

Tyypilliset virheet: ei ole huomattu, että a-kohdassa pitää piirtää seitsemäs kuva, eikä kuudes, b-kohdassa ei huomattu symmetriaa, ja jos huomattu vastaus piirretty väärinpäin.

Tehtävä 2.

Laske kuinka monta

- a) grammaa (g) on unssissa (oz.)
b) unssia (oz.) on paunassa (lb.)
c) grammaa (g) on paunassa (lb.).

Keskiarvo 4,9 pistettä (Mo=5, Md=5).

Yleisimmät virheet: pyöristys, luvun tarkkuus ja murtoluvut



Tehtävä 3.

Laske lukujen 1 ja $\frac{1}{999\,999\,999\,999}$ summa, erotus ja osamäärä.

Keskiarvo 3,9 pistettä (Mo=3, Md=4).

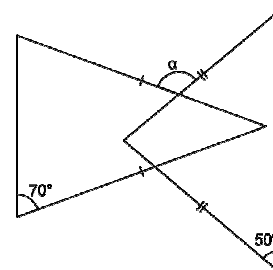
Yli 9 % ei osaa laskea jopa summaa!

Yleisimmät virheet: epätarkkuus (yhdeksäisten määrä on väärä) ja murtoluvun jako.

Tehtävä 4.

Päättele, kuinka suuri on kulma α .
Kannat ovat yhdensuuntaisia.

Keskiarvo 2,2 pistettä (Mo=1, Md=1).



Tässä tehtävässä laskut onnistuivat melkein kaikilla. Ongelmana olivat riittävät perustelut. Kuva ei ole symmetrinen, mutta suurin osa opiskelijoita käsitteli symmetrisenä mainitsematta esimerkiksi sitä, että "toinen kolmio voidaan siirtää vähän ylöspäin ja tässä siirrosta kaikki kulmat säilyvät". Tässä oli nimenomaan tehtävän viehätys, ja valitettavasti se meni ohi. Ne, jotka käyttivät toista tapaa ratkaista: yhdensuuntaiset kannat ja niitä leikkaava suora, taas jäivät perustelut kirjoittamatta. Aika usein saimme joko pelkän vastauksen tai jonkun lausekkeen.

Yleisin pistemenetys: perustelun puute.

Tehtävä 5.

Piirrä ympyrä, jonka säde on kuusi ruutua. Jaa sen kehä kahdeksaan yhtä pitkään osaan. Piirrä kahdeksan puoliympyrän kaarta, joiden toinen päätepiste on yksi jakopisteistä ja toinen on ympyrän keskipiste. Piirrä selkeä kuva käyttäen harppia.

Tummenna muodostuneista alueista joka toinen. Kuinka suuri osa tummennettu alue on ympyrän pinta-alasta? Perustelee.

Keskiarvo 4,4 pistettä ($M_o=6$, $M_d=5$).

Tässä tehtävässä meille muodostui käsitys, että opiskelijat ottivat harpin käteen ensimmäinen kerta. Vaikka suurin osa kilpailijoista sai parhaat mahdolliset pisteet, harpin käyttöä olisi hyvä treenata.

Useimmat virheet: kehä jaettu kyllä kuuteen osaan, mutta apuviivat, joiden avulla jako on tehty, puuttuvat tai pyyhitty, perustelun puute.

Tehtävä 6.

Laske puuttuvien lukujen summa.
Merkitse laskutoimitukset tai selitä ratkaisusi.

Ruudukossa pitää jokaisella pystyrivillä, jokaisella vaakarivillä ja jokaisessa pienessä $3 \cdot 3$ -ruudukossa olla luvut 1, 2, 3, ..., 9; jokainen vain yhden kerran.

Keskiarvo 4,8 pistettä (Mo=6, Md=6).

Tämän tehtävän arvioinnista oli etukäteen pitkä keskustelu työryhmässä. Luultiin, että tulee paljon opiskelijoita, jotka alkavat ensin ratkaista sudokua, ja se vie paljon aikaa. Sellaista ei löytynyt!

Kaikki opiskelijat ovat nokkelat ja osaavat tehdä tehtävät ratkaisematta sudokua.

Yleisin virhe: laskuvirhe.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 | 3 | 7 | | 2 | | | |
| | 7 | | | | | 5 | | |
| 8 | | | | 5 | | | | 6 |
| 3 | | 9 | | | | | 1 | |
| | 6 | | 1 | | 7 | | 5 | |
| | 4 | | | | | 8 | | 2 |
| 4 | | | | 3 | | | | 1 |
| | | 1 | | | | | 8 | |
| | | | 8 | | 5 | 2 | 9 | |

Tehtävä 7.

Neliön kärkipisteet ovat ruutuviivojen leikkauspisteissä ja sivun pituus on viisi pituusyksikköä (eli ruudun sivua). Yksi kärki keskipisteenä piirretään ympyrä, joka kulkee keskipisteenä olevan kärjen vastaisen kärjen kautta. Kuinka monen ruutuviivojen leikkauspisteen kautta ympyrän kehä kulkee? Piirrä kuva. Tarkasta tuloksesi laskemalla.

Keskiarvo 1,3 pistettä (Mo=1, Md=1).

Periaatteessa se oli ainoa tehtävä, jossa tarvittiin yhdeksällä luokalla opiskeltavia asioita. Harpin käytön lisäksi tarvitaan PYHTAGORAAN LAUSE!

Usein tämän tehtävän ratkaisu päättyi neliön piirtämiseen. Löydetyt pisteet oli tarkastettu laskemalla vain muutamassa työssä (alle 1 %).

Harpin käyttö näytti samanlaiselta kuin tehtävässä 5. Löydettiin myös uusia geometrisia sääntöjä ☺, kuten esimerkiksi että kolme samalla suoralla olevaa pistettä kuuluu myös samaan ympyrään. Sellaisen tuloksen saattoi saada piirtämällä ympyrä paksulla kynällä. Mieleenkään ei tullut yhtään epäilyä.

Yleisimmät pistemenetykset: harpin käyttö, Pythagoraan lauseke.

Tehtävä 8.

Nettityhteisössä on tyttöjä ja poikia.

Jokaisella tytöllä on kaverina neljä tyttöä ja viisi poikaa.

Jokaisella pojalla on kaverina kolme poikaa ja seitsemän tyttöä.

a) Onko nettityhteisössä enemmän tyttöjä vai poikia? Perustele.

b) Mikä on nettityhteisön pienin mahdollinen henkilömäärä? Perustele.

Keskiarvo 1,7 pistettä ($M_o=1$, $M_d=1$).

Kysymys: "Jos A on B:n kaveri, onko B A:n kaveri?" tuli mieleen vain opettajille, opiskelijoille se on itsestään selvä, ja ne, jotka tarttuvat tähän tehtävän ymmärsivät sen oikein. A-kohta ei aiheuttanut paljon vaikeuksia, melkein kaikki vastasivat oikein, että tyttöjä on enemmän.

B-kohdan parissa kilpailijat taistelivat enemmän, ja valitettavasti ei tullut yhtään oikeaa vastausta. Vaikka tavallinen piirtäminen voisi auttaa. Kilpailijat huolehtivat, että olisi riittävä määrä TYTTÖ-POIKA linkkejä, mutta unohtivat kokonaan tarkistaa, onnistuuko kaikki POIKA-POIKA linkit.

Eli tavallinen ajattelu tapa: "Jokaisella tytöllä on kaverina neljä tyttöä ja viisi poikaa", tästä tulee että poikkien minimi määrä on 5, ja vastaavasti "Jokaisella pojalla on kaverina kolme poikaa ja seitsemän tyttöä", tästä tyttöjen minimimäärä on 7. Epäilen, että jos kysytään kelpaako 8 tyttöä ja 6 poikia, saadaan positiivinen vastaus. Mutta se ei pidä paikansa. Jos tarkistetaan pelkästään tyttö-poikka linkkejä, saadaan, että linkkien määrän perusteella tyttöjen määrä on oltava 7:lla jaollinen ja poikkien 5:lla jaollinen. Esim. jos tyttöjä on 8, niillä on $8*5=40$ linkkejä pojille, mutta jos poikia 6, niillä $6*7=42$ linkkejä tytöille. Siis tämän vaiheen jälkeen saadaan, että T+P voi olla 7+5, 14+10,

Tyttö-tyttö linkit: $7*4/2=14$ kpl – onnistuu. Poika-poika linkit: $3*5/2=7.5$ kpl (!!!) – Eli tarvitaan parillinen määrä poikia. Siis pienin mahdollinen henkilömäärä on 24 hlöä (14 tyttöä+10 poikia).

Mennen tapahtumien edelle, haluaisin lisätä, että loppukilpailussa oli toisessa osassa vastaava tehtävä, jossa pitää ottaa huomioon parillisuus (tai ratkaista piirtämisen avulla), ja suurin osa kilpailijoita saivat oikean vastauksen. Siis tässä ei ollut mitään supervaikeaa.

Yleisin virhe tässä tehtävässä: ei ole tarkistettu kaikkien ehtojen toteuttamista.

Vinkit kilpailijoille

Kilpailu yritetään aina tehdä sopivalle vaikeustasolle. Siksi kannattaa yrittää kaikkia tehtäviä. Lue tehtävä huolellisesti (älä keksi omia ☺), tarkista vastaukset mahdollisesti. Tehtäviä tarjotaan runsaasti, ei haittaa, jos ei ehdi

tehdä kaikkia, se ei ole tarkoituskaan. Ja lopuksi murtoluvut, sulkeiden avaaminen, negatiivisen lukujen laskutoimitukset olisi hyvä kerrata.

- [1] Peruskoulun matematiikkakilpailun tehtävät kilpailukaudelta 2009–2010
<http://www.maol.fi/kilpailut/peruskoulun-matematiikkakilpailu/kilpailutehtavia/>