

PERUSKOULUN MATEMATIIKKAKILPAILU

LOPPUKILPAILU PERJANTAINA 3.2.2006

OSA I LASKUAIKA 30 min

1. Weera päätti säästää 10% jokaisesta kuukausipalkastaan. Valitettavasti hänen palkkansa aleni alkuperäisestä 1500 eurosta 1200 euroon. Hän päätti siitä huolimatta säästää saman määrän euroja kuin aikaisemminkin. Montako prosenttia palkastaan hän säästi nyt?

2. Kumpi on suurempi  $2^7 \cdot 5^7$  vai  $\frac{500^3}{5^3}$  ?

3. Lauseke  $\sqrt{1+2+3+x}$  saa arvon 4, kun  $x = 10$ . Onko muita kymmentä pienempiä kokonaislukuja, joilla lauseke saa kokonaislukuarvon?

4. Kahden kolmion sivujen pituudet ovat 5, 5 ja 6 sekä 5, 5 ja 8. Kummalla kolmiolla on suurempi pinta-ala?

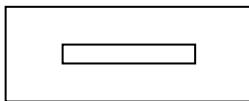
5. Laske

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

6. Kerrotaan keskenään parittomat luonnolliset luvut, jotka ovat pienempiä kuin 2006. Mikä on ykkösten määrää osoittava numero?

7. Kappale näyttää tältä edestä ja sivulta. Piirrä kappale ylhäältä kuvattuna.

Edestä:



Sivulta:



8. Määritä polynomi, joka täyttää seuraavat 3 ehtoa:

- polynomien asteluku on sama kuin termien määrä
- kunkin termin kerroin on lausekkeen "termin asteluku miinus yksi" itseisarvo
- kertoimien summa on neljä.

9. Tasoa voidaan kuvata yhtälöllä, jossa on kolme tuntematonta.

Missä kohdassa  $y$ -akselia taso  $3x - 2y + z = -28$  leikkaa  $y$ -akselin?

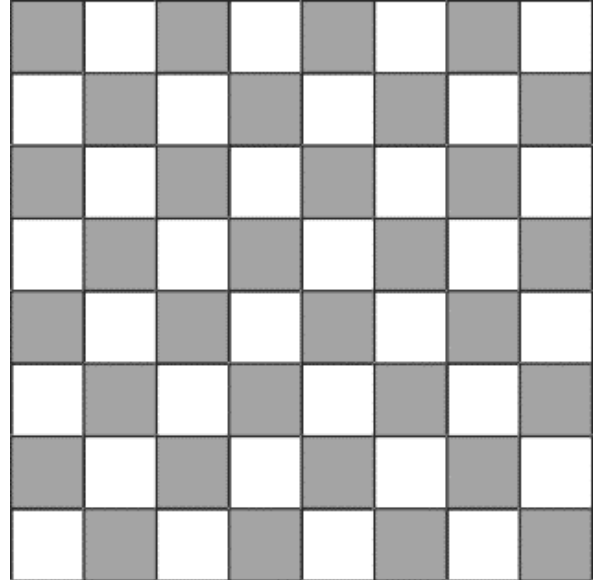
10. Pallon ja suoran ympyrälieriön korkeudet ovat samat eli  $22\sqrt{6}$ .

Kappaleiden tilavuudet ovat myös samat. Mikä on lieriön pohjan säde?

PERUSKOULUN MATEMATIIKKAKILPAILU

LOPPUKILPAILU PERJANTAINA 3.2.2006  
OSA II RATKAISUAIKA 45 min

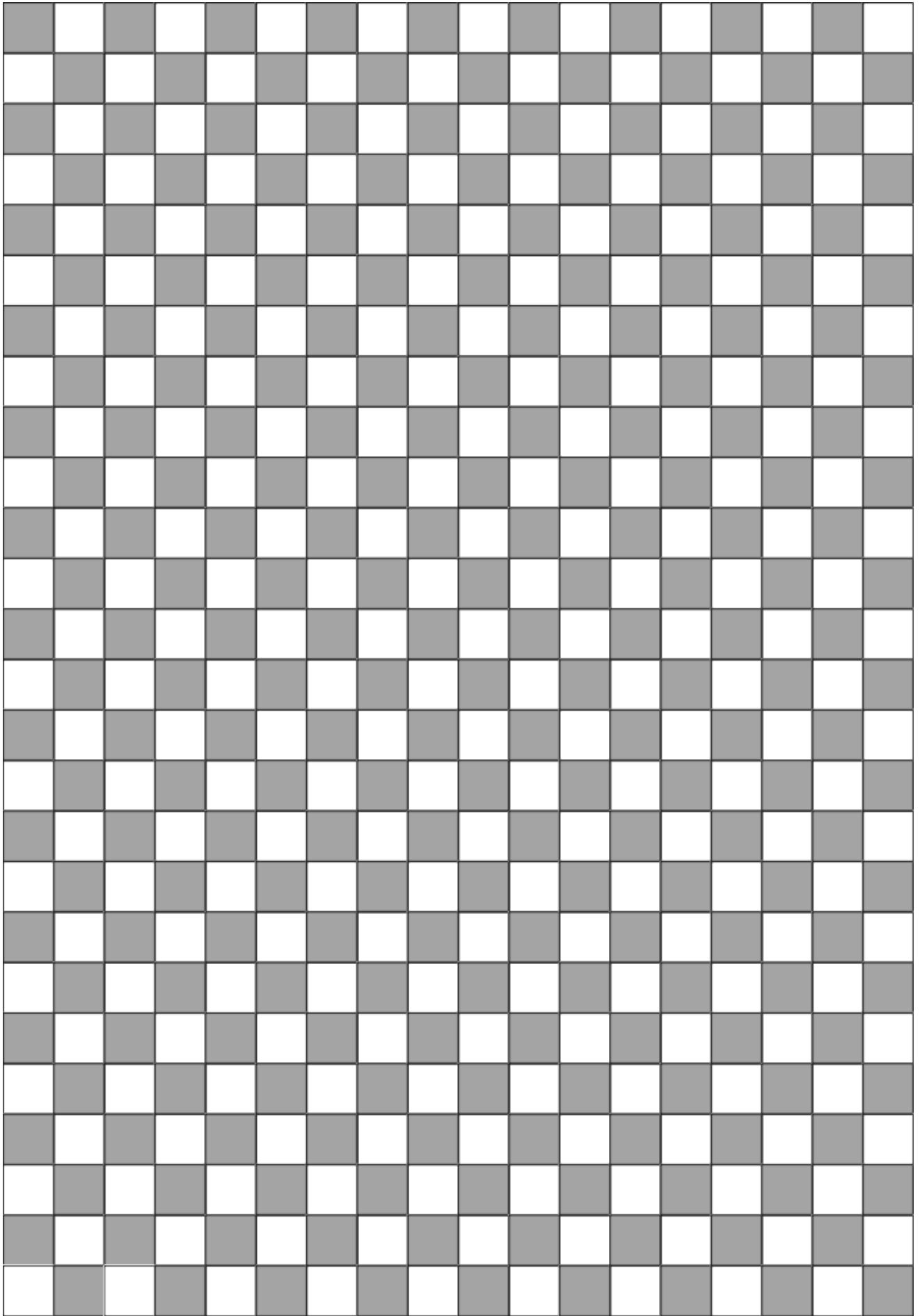
1. Kuinka monta neliötä shakkilaudalla on kaikkiaan?



2. a) Oletetaan, että shakkilauta peitetään dominopaloilla, joista kukin peittää täsmälleen kaksi ruutua. Onnistuuko peittäminen? Perustele.

- b) Poistetaan shakkilaudasta kaksi vastakkaista kulmapalaa. Kokeile laudan peittämistä dominopaloilla. Onnistuuko peittäminen? Perustele.

3. Tarkastellaan shakkiruudutettua  $m \cdot n$ -kokoista suorakulmiota, josta poistetaan kaksi vastakkaista kulmapalaa. Voiko suorakulmion peittää dominopaloilla?
4. Tarkastellaan shakkiruudutettua suorakulmiota, jossa vasemmalla ylhäällä ensimmäisenä oleva neliö on musta. Kuinka monta mustaa neliötä suorakulmiossa on, kun suorakulmion koko on
- a) 4·6 ruutua?
  - b) 5·7 ruutua?
5. Kuinka monta mustaa neliötä on shakkiruudutetussa suorakulmiossa, jonka koko on  $m \cdot n$  ruutua?
6. Shakkiruudutetusta paperista leikataan yhtenäinen tasokuvio, josta voi taitella kuution, jonka tahkot ovat yksivärisiä. Kuinka monta väriykseltään erilaista kuutiota on mahdollista saada? Esitä kaikki vaihtoehdot.



**LOPPUKILPAILU PERJANTAINA 3.2.2006**  
**OSA III LASKUAIKA 60 min**

1. Käytettävissäsi on 12 tikkua, pituudet 1, 2, 3, ..., 12 pituusyksikköä. Muodosta kaikkia tikkuja käyttäen mahdollisimman suuri suljettu monikulmio. Kahden tikun välisen kulman on oltava joko 45, 90, 135 tai 180 astetta. Tikut on käytettävä koko pituudeltaan.
2. Etsi se 10-numeroinen luku, jossa käytetään kaikkia numeroita nolasta yhdeksään, ja joka toteuttaa seuraavat ehdot:
- ensimmäinen numero vasemmalla (miljardien määrä) on jaollinen yhdellä,
  - kahden vasemmanpuoleisimman numeron muodostama luku on jaollinen kahdella,
  - kolmen vasemmanpuoleisimman numeron muodostama luku on jaollinen kolmella,
  - neljän vasemmanpuoleisimman numeron muodostama luku on jaollinen neljällä,
  - viiden vasemmanpuoleisimman numeron muodostama luku on jaollinen viidellä,
  - kuuden vasemmanpuoleisimman numeron muodostama luku on jaollinen kuudella,
  - seitsemän ensimmäisen numeron muodostama luku on jaollinen seitsemällä,
  - kahdeksan ensimmäisen numeron muodostama luku on jaollinen kahdeksalla,
  - yhdeksän ensimmäisen numeron muodostama luku on jaollinen yhdeksällä,
  - luku itse on jaollinen kymmenellä.
- Mikä luku on kyseessä? Perustele.

3. Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat  $a$  ja  $b$  sekä hypotenuusa  $c$  ( $a, b, c > 0$ ).  
 Osoita, että suorakulmaisen kolmion sisään piirretyn ympyrän säde on  $\frac{1}{2}(a + b - c)$ .

4. Lukujonon ensimmäinen jäsen on  $a_1 = 2006$ , toinen  $a_2 = \frac{2006}{2007}$  ja seuraavat

saadaan aina kaavasta  $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1}$ .

- Mikä on lukujonon neljäs luku?
- Mikä on lukujonon 2006. luku?

5. Kuution särmille on merkitty kolme pistettä A, B ja C. Määritä piirtämällä muut pisteet, joissa taso ABC leikkaa kuution särmät.

