

# Peruskoulun matematiikkakilpailu

## Loppukilpailu perjantaina 2.2.2007



**OSA 1**      Ratkaisuaika 30 min      Pistemäärä 20

1. Kuinka paljon Kaavin kivessä on timantteja?  
Ilmoita tulos sekä grammoina tonnia kohti että prosentteina.

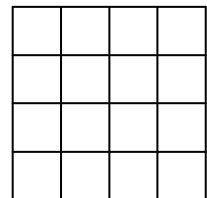
**Sitten hyvät uutiset.** Kaavin Lahtojoen kimberliitistä on löydetty maailman ehkä timanttipitoisin kivi. Siinä on timantteja uskomaton määrä eli 90 000 karaattia tonnia kohti.

Kiinnostava on jo esiintymä, joka sisältää timantteja 0,1 karaattia tonnia kohti. Yksi karaatti on 0,2 grammaa. Timanttien karaattia ei tule sekoittaa kullan karaattiin, joka merkitsee kultapitoisuutta.

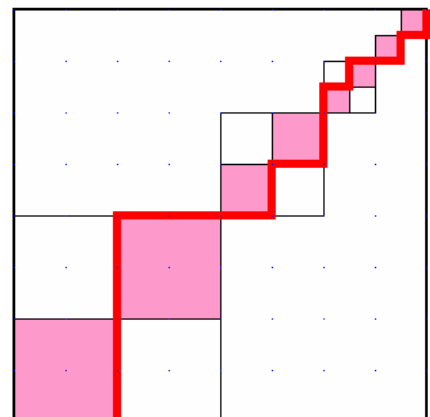
(Lähde: Itä-Suomen alta löytyi timantteja. Helsingin Sanomat 14.2.2006, sivu D1.)

2. Liisa suunnittelee kutsuja ja on leiponut 84 pientä pasteijaa tarjottavaksi. Hän itse ei koskaan syö omissa kutsuissaan, joten hän voi päättää vieraiden määrän tarjottavien määrän mukaan. Kuinka monta vierasta hän voi kutsua, jotta jokainen vieras saisi täsmälleen yhtä monta pasteijaa?
3. Luku 2 voidaan esittää positiivisten kokonaislukujen summana vain yhdellä tavalla:  $1+1$ . Vastaavasti luvulla 4 on neljä erilaista hajotelmaa:  $1+3$ ,  $2+2$ ,  $1+1+2$  ja  $1+1+1+1$ . Kuinka monta hajotelmaa on luvulla 5?

4. a) Etsi kolme erilaista tapaa jakaa kuvan neliöruudukko neljään keskenään yhtenevään osaan. (Jako on tehtävä viivoja pitkin. Jakotavat ovat erilaiset, kun osat ovat erimuotoiset.)
- b) Etsi mahdollisimman monta erilaista tapaa jakaa kuvan neliöruudukko kahteen keskenään yhtenevään osaan. (Jako on tehtävä viivoja pitkin. Jakotavat ovat erilaiset, kun osat ovat erimuotoiset.)



5. Kuviossa on viittä eri kokoa olevia neliöitä. Jos isoimman neliön sivun pituus on  $s$ , niin kuinka pitkä on punaisen viivan pituus? Kuinka suuri on tummennetun alueen pinta-ala?

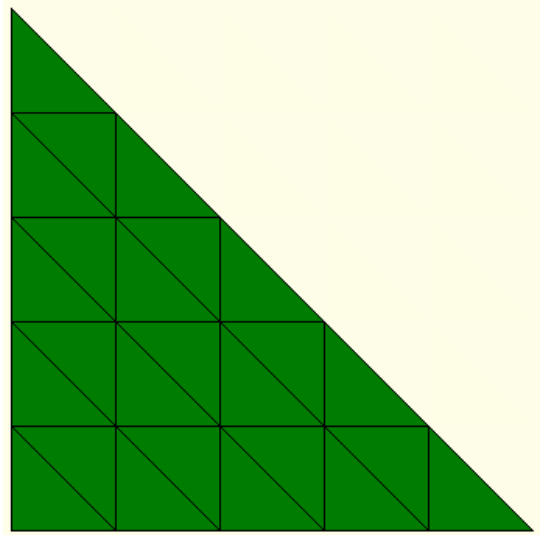


**KÄÄNNÄ!**

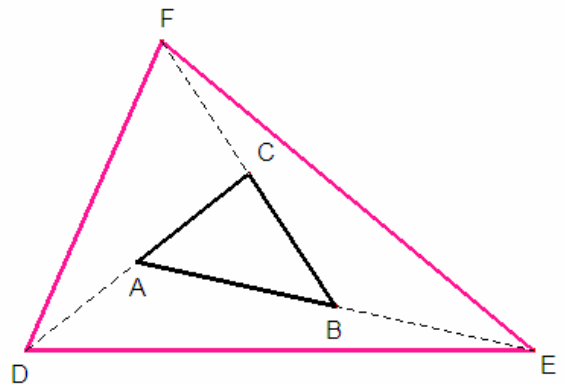
6. Kuviossa on pieniä kolmioita viidessä rivissä.  
Siinä voidaan nähdä lukusarja

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{7}{2} + \frac{9}{2}.$$

Jos isoa kolmiota jatketaan alaspäin  $n$ :nteen riviin asti, niin kuinka monta pientä kolmiota kuviossa on?



7. Puistossa on pieni, pyöreä kalalammikko. Siinä asuva kultakala lähtee uimaan lammen reunalta pohjoiseen ja saavuttaa reunan 8 metrin kuluttua. Sitten se kääntyy länteen ja päätyy reunaan 6 metriä uituaan. Mikä on lammen halkaisija?
8. Kolmion ABC jokaista sivua pidennetään kuvan mukaisesti omalla pituudellaan toisen päätepisteen yli. Kun näin saadut pisteet yhdistetään, saadaan kolmio DEF. Kuinka suuri osa kolmion ABC pinta-ala on kolmion DEF pinta-alasta?



9. Laske  $\sqrt[2006]{\left(\frac{2005 \cdot 2006 + 2}{2005^2 + 2007}\right)^{2007}}$ .

10. Mikä on summan  $11^6 + 12^6 + 13^6 + 14^6 + 15^6 + 16^6$  viimeinen, ykkösiä osoittava numero?

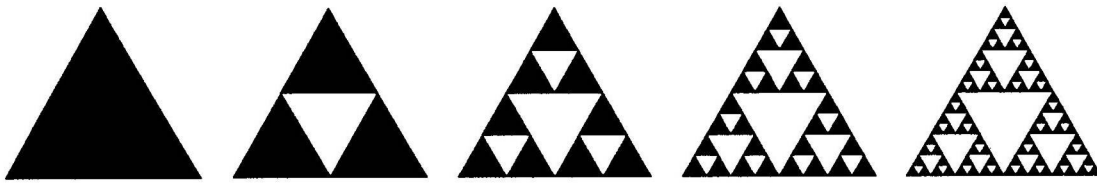
# Peruskoulun matematiikkakilpailu

## Loppukilpailu perjantaina 2.2.2007



**OSA 2**      **Ratkaisuaika 45 min**      **Pistemäärä 20**

**Sierpinskiin kolmion** nimellä kulkeva fraktaali muodostetaan yhdistämällä tasasivuisen kolmion sivujen keskipisteet, jolloin muodostuu pienempiä kolmioita. Näistä keskimäinen vaalennetaan. Sama menettely toistetaan yhä uudestaan jäljelle jääville vaalentamattomille kolmioille. Alla näet viisi ensimmäistä näin muodostunutta kuviota.



1. Kuinka monta tummaa kolmiota on
  - a) viidennessä kuviossa (1 p.)
  - b) kymmenennessä kuviossa (1 p.)
  - c)  $n$ :nnessä kuviossa? (1 p.)
2. Oletetaan, että ensimmäisen kuvion pinta-ala on 1.
  - a) Mikä on kolmannen kuvion tummien kolmioiden yhteispinta-ala? (1 p.)
  - b) Mikä on  $n$ :nnen kuvion tummien kolmioiden yhteispinta-ala? (1 p.)
  - c) Mitä tapahtuu tummalle pinta-alalle, kun  $n$  kasvaa? (1 p.)
3. Sovella yllä kuvattua menetelmää säännölliseen nelitahokkaaseen. Yhdistä nelitahokkaan särmien keskipisteet toisiinsa siten, että kappaleen keskelle muodostuu myös monitahokas.
  - a) Tee nelitahokas muovikalvosta ja yhdistä särmien keskipisteet edellä mainitulla tavalla. (2 p.)
  - b) Millaisia kappaleita muodostui? (2 p.)
  - c) Kuinka monta tahkoa ja kärkeä muodostuneissa kappaleissa on yhteensä? (2 p.)
  - d) Kuinka moni muodostuneiden kappaleiden tahkoista on näkyvillä alkuperäisen nelitahokkaan tahkoilla? (1 p.)
  - e) Kuinka monta kappaletta ja millaisia kappaleita muodostuu, jos yhdistämistä jatketaan kolme kertaa? (2 p.)
  - f) Mitä tapahtuu muodostuvien kappaleiden lukumäärälle ja tilavuudelle toistettaessa yhdistämistä rajattomasti? (1 p.)
4. Piirrä edellisen tehtävän nelitahokkaan yksi tahko neljän yhdistelyvaiheen jälkeen. (2 p.)
5. Sovella yllä kuvattua menetelmää neliöön. Piirrä ruutupaperille ainakin neljä vaihetta. (2 p.)

# Peruskoulun matematiikkakilpailu

OSA 3 Ratkaisuaika 60 min Pistemäärä 30



1. Makroravintoaineita ovat rasvat, hiilihydraatit ja proteiinit. Yksi gramma rasvaa sisältää energiaa noin 9 kilokaloria, kun taas hiilihydraateissa ja proteiineissa on energiaa noin 4 kcal/g. Maija söi eräänä päivänä siten, että sai energiaa yhteensä 1700 kcal. Päivän energiasta 28 % tuli proteiinista. Rasvaa Maija sai sen päivän aikana yhteensä 58 grammaa.
  - a) Kuinka monta prosenttia päivän energiasta Maija sai hiilihydraateista?
  - b) Kuinka monta grammaa Maija sai hiilihydraatteja kyseisenä päivänä?
2. Numerot 1, 2, ..., 9 järjestetään 3·3-ruudukkoon siten, että ylimmän rivin muodostama kolminumeroinen luku on puolet keskimmäisen rivin luvusta ja kolmasosa alimman rivin luvusta.  
Miten numerot on järjestetty ruudukkoon?  
Kuinka monta ratkaisua löysit?
3. Onko väite totta vai ei? Perustele tai keksi vastaesimerkki.
  - a) *Ykkösestä alkavan parittomien positiivisten kokonaislukujen jonon lukujen summa on neliöluku jonon pituudesta riippumatta.*
  - b) *Kolmesta peräkkäisestä kokonaisluvusta keskimmäisen neliön sekä ensimmäinen ja viimeisen tuloerotus on 1.*
  - c) *Kahden erisuuren positiivisen luvun tulo on suurempi tai yhtä suuri kuin kumpikaan näistä luvuista.*
4. Suorakulmiossa ABCD on  $AB = 16$  cm ja  $BC = 12$  cm. Piste E, joka on AD:llä, on 4 cm:n päässä A:sta ja piste F, joka on CD:llä, on 4 cm:n päässä C:stä. Suorat BE ja BF leikkaavat lävistäjän AC pisteissä G ja H. Määritä janan GH pituus.
5. Puoliympyrä, jonka säde on  $r$ , taivutetaan ympyräkartion vaipaksi. Laske kartion tilavuus.