

Suomessa opitaan matematiikkaa Varga-Neményi-menetelmän mukaan

ANNI LAMPINEN, konsultoiva opettaja, Espoon Matikkamaa

HANNU KORHONEN, lehtori emeritus, Orimattila

Menetelmä antaa tavoitteet ja keinot. Opettajan on opeteltava tuntemaan työtavat ja materiaalit. Unkarista tuotu opetusmenetelmä auttaa jokaista lasta oppimaan matematiikkaa, mutta menetelmän soveltaminen uuteen kulttuuriin ja toisiin oppituntimääriin vie oman aikansa. Menetelmää on käytetty Suomessa kymmenkunta vuotta. Alimpien luokkien oppikirjat alkavat olla valmiit vasta nyt, kun ensimmäiset menetelmän mukaan oppinsa saaneet oppilaat ovat jo päässeet peruskoulusta.

”Salaisuus!”, ilmoittaa tomeras-ti tokaluokkalainen **Jenni**, katsoa napittaa tiukasti opettajaa suoraan silmiin ja odottaa, että saa kuiskata löytämänsä säännönmukaisuuden opettajan korvaan. Opettaja saa kuulla koko joukon muitakin matematiikan salaisuuksia sen tunnin aikana – ja jokaisen matematiikan tunnin aikana.

Salaisuuksien paljastamisen into alkoi, kun opettaja kertoi, että tunnit ovat täynnä matematiikan salaisuuksia. Oppilaat voivat salapoliisina tulla kuiskamaan niitä opettajalle, jotta keksimisen ja oivalluksen riemusta riittäisi mahdollisimman monelle. Oppitunnit ja materiaalit on rakennettu siten, että niistä löytyy monenlaisia yhteyksiä. Matematiikan sisältöalueet on kiedottu yhteen.

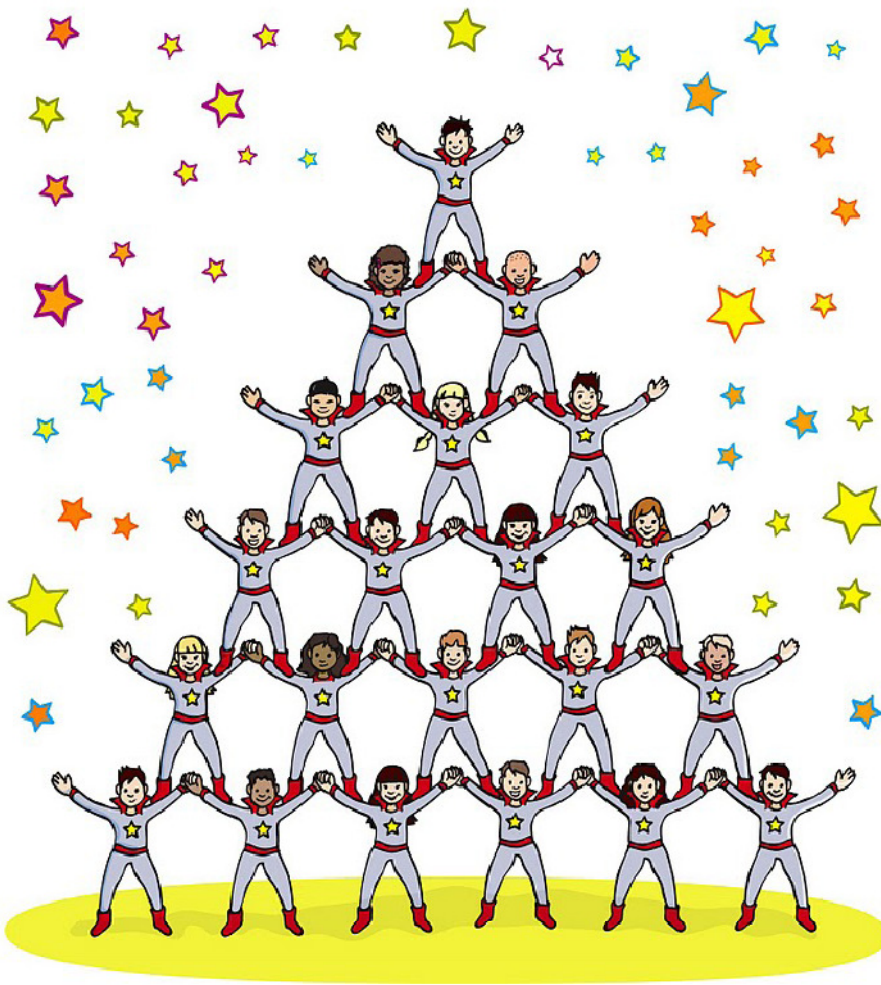
Kuudennen luokan valtakunnallisen kokeen läpikäynnissä oppilaat perustelevat eräässä tehtävässä vuorollaan kaikki luvut yksitellen, miksi ne eivät kuulu joukkoon. Näitä vaihtoehtoja ei ollut kirjattu mallivastauksiin, vaikka ne olivat kaikki matemaattisesti kirkkaasti ajateltu ja oikein.



Ensimmäisellä luokalla tilaviuutta tuokitaan satunnaisilla mittayksiköillä. Kuinka monta kiveä mahtuu tulitikkulaatikkoon? Mittaustulosten kirjaaminen on myös uutta.

Yhdeksännellä luokalla opiskelleva **Markku** pärjää matematiikassa melkein pä kiitettävästi. Menestyminen on ainakin vankkaa hyvää tasoa ja se perustuu ymmärtämiseen – ei kaavojen ja pintastrategioiden muistamiseen. Osaamisen pohjan Markku loi alakoulussa Varga-Neményi-opetuskokeilun aika-

na matematiikan oppimisvaikeuksista huolimatta. Nyt luokkatoveri vieressä ihmettelee, miten Markku voikin osata matematiikkaa niin hyvin. Oma osaaminen kun on puutteellista, vaikka lähtökohta alun perin oli samanlainen. Matematiikan osaamattomuus ei ole Markun jatko-opiskelupaikan ja ammatinvalinnan esteenä.



*Kuvioluvut ovat konkreettisia, mutta tarjoavat mahdollisuuksia teoreettisiinkin pohdiskeluihin. Miten keskustelisit kuvasta alkuopetuksessa, yläluokilla tai luki-
ossa? Pääröskuvat ovat Matematiikka 2 -oppikirjan kuvitusta.*



Lapsen oma elämänpiiri on matematiikan oppimisen lähtökohta. Arjen kokemuksiin tuodaan matematiikan näkökulma. Minkälaisia lukuja kuvasta voisi keksiä? Luvut voivat olla ilmaistuna myös summina ja erotuksina.

Leevi opiskelee matematiikkaa painotetulla yhdeksännellä luokalla. Luokalla matematiikkaa opiskellaan pitkälti ”unkarilaiseen tyyliin”. Alaluokilla hän opiskeli matematiikkaa ”tavallisessa Varga–Neményi-kokeiluluokassa”, jossa suurella osalla oppilaita oli matematiikan oppimisvaikeuksia. Lahjakkuus oli nähtävissä jo silloin. Välillä Leevi tuskaili opettajalle, että opitun kertaaminen on todella tylsää. Opettaja ymmärsi Leevin harmin, mutta oli sitä mieltä, että Leevi oli kuitenkin opiskellut matematiikkaa laskennon sijaan koko alakoulun ajan.

Samalla luokalla ollut matemaattisesti lahjakas Janne vaihtoi koulua kesken opetuskokeilun. Aikaisemmin mielenkiintoisesta aineesta tuli tylsää. Uudessa koulussa oppitunnit kuluivat oppikirjaa täyttämällä. Kukaan ei ollut oikeastaan kiinnostunut kokeiluista, ajattelusta, keskustelusta ja pohtimisesta. Oliko oppiainekin vaihtunut matematiikasta laskennoksi.

Tärkeää on se, miten opetetaan

Miten lapselle tai oppilaalle voi järjestää onnistuneita kohtaamisia abstraktin matematiikan kanssa? Ei varmaan pelkästään abstrakteja numerokortteja järjestelemällä, milloin minkin ohjeen mukaan, laskuharjoituksilla sekä laskettamalla yksinkertaisia sanallisia tehtäviä – heittämillä mausteeksi sekaan muutama avoin ongelma tai pari pulmatehtävää. Auttaako rohkeus ja myönteisen ilmapiirin ylläpitäminen, jos kohtaamiset ovat lähes jatkuvaa epäonnistumista oppitunnista toiseen? Matematiikan kanssa painiskeleva oppilas saa seurata, kun toiset vieressä näyttävät osaavan. Eikä hän osaa auttaa itseään. Opettajankin keinot saattavat olla aika vähissä.

Oppilaiden matematiikan taitoerot vain kasvavat jo esikoulusta lähtien. Tätä kutsutaan *Matteus-efektiksi*. Mielenkiintoista on, ettei äidinkieliessä ole samaa efektiä: äidinkielen taitotason erot kapenevat ylemmille vuosiluokille siirryttäessä. Vaikuttaa siltä, ettei osa oppilaista ole vielä edes matematiikan oppikirjansa kansilehdellä, kun opetus etenee vauhdilla uuteen.

Lapsen ja oppilaan matematiikan osaamista voi kehittää ainoastaan sieltä, missä hän on oman matematiikkansa kanssa. Lapsen ikä ja kehitystaso on otettava huomioon opetusjärjestelyjä mietittäessä. Tämä tarkoittaa, että matematiikan opetusta on syytä tarkastella uudesta näkökulmasta. Jotakin on tehtävä toisin. On varmistettava, että kaikki lapset ovat tulleet matematiikan asemalle ennen junan lähtemistä ja että kaikille oppilaille on varattu myös paikka tähän junaan. Ja että he myös löytävät oman paikkansa ja voivat aloittaa matkanteon.

Varga–Neményi-menetelmässä matkaa taitetaan ns. *abstraktion tietä* pitkin. Oppilaat saavat runsaasti omakohtaisia loogis-matemaattisia kokemuksia. He ovat oppimisessa sekä subjekteja että objekteja. Tunneilla käytetään runsaasti *toimintavälineitä*. Matematiikkaa mallinnetaan myös kuviksi. Matematiikan symbolit ja kieli liitetään hiljalleen koettuun, katseltuun, itse tehtyyn ja oppilaan omaan kieleen. Turhan kiireen abstraktioon siirryttäessä ei anneta pilata asioiden omaksumista. Virheiden tekeminen ja niistä oppiminen ovat sallittuja – oikeastaan oppimisen edellytyksiä.

Tehtäväsarjat on kehitetty niin, että ne sisältävät useita matematiikan osa-alueita samanaikaisesti. Matematiikka viihdyttää itsessään,



Sisältöjakolaskuun perehtyminen aloitetaan jakamalla oppilaille 21 leivosta. Jokainen saa 3 leivosta. Miten jatkaisit tuntia tästä? Mitä yhteyksiä sisältöjakolaskun ja vähennyslaskun välillä on?

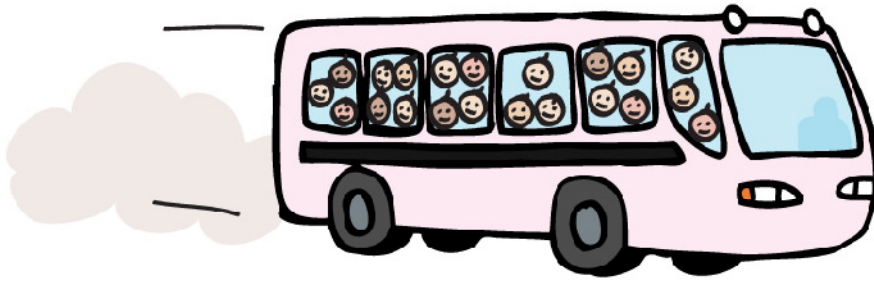
kun sitä ei kavenneta pelkäksi laskemiseksi. Laskemisesta ja mekaanisesta osaamisesta viehättyneitä oppilaita puolestaan houkutelmaan ajattelemaan ja oivaltamaan. Sivutuotteena oppilaat oppivat arvostamaan omaa ja toisten työtä. Ulkoisista palkkioista siirrytään sisäiseen oivaltamisen iloon.

Opetuksen kehittäminen systemaattisesti on hidasta ja työlästä, varsinkin jos se on samalla tutkimuspohjaista. Uusi innovaatio vaatii aikaa, kokeilua ja muokkaamista. Siksi on tärkeää löytää maailmalta ne pitkäjänteisen työn tulokset, joita on vuosikymmenten kuluessa saatu aikaan. Onko oma PISA-maa mansikka ja muu maa mustikka? Ei, vaan haetaan meille uusia matematiikan mansikkalajikkeita ja viljelyoppia muualtakin kuin suonenjoelta. Meille uusi on kopioimisen sijaan sovellettava Suomeen sopivaksi.

Miten menetelmä tuli Suomeen

Vuonna 1999 lähti Budapestiin neljän uteliaan opettajan retkikunta: erityisopettajat **Airi Aalto** ja **Hannele Ikäheimo** sekä luokanopettajat **Kirsi Puumalainen** ja **Anni Lampinen**. Tavoitteena oli selvittää, miksi unkarilaiset näyttävät menestyvän niin hyvin kansainvälisissä vertailuissa ja matematiikkaolympialaisissa. Naivi kysymys ”Mikä on unkarilaisten osaamisen salaisuus?” sai yllättävän vastauksen. Menestys oli unkarilaisten itsensäkin mielestä lahjakkaiden oppilaiden opetuksesta huolehtimisessa muun muassa matematiikkaluokilla.

Tämä ei selitä tavallisen oppilaan osaamista. Selitys onkin pitkälti Tamás Vargan ja Eszter C. Neményin kehittämässä opetusmenetelmässä. Niin kauan kuin se oli pakollinen kaikilla 1.–4. luokilla,



Linja-autossa istuu luokallinen oppilaita, jotka retkeilevät yhdessä Matikkamaassa. Minkälaisia sanallisia tehtäviä voi keksiä kuvasta? Mitä matemaattisesti kiinnostavaa on saattanut tapahtunut ennen ja mitä voisi tapahtua?

osaaminen oli kansainvälisillä mitareilla mitattuna erityisen hyvää. Kun sosialismin aika loppui 1980-luvun lopussa, alkoi Unkarissakin opetusmenetelmällinen vapaus ja oppimateriaalimarkkinoille tulvi kymmeniä erilaisia kirjoja. Menestys kansainvälisissä vertailuissa romahti samalla. Unkaria ei tästä syystä voidakaan enää pitää samalla tavalla matematiikan opettamisen mallimaana.

Retkikunta vieraili useissa kouluissa ja seurasi monia erilaisia opetustapoja. Budapestin Eötvös Lorand -yliopiston opettajankoulutuslaitoksella ryhmälle tuli vahva intuitio siitä, että tässä on jotakin suurta ja tärkeää, jotakin meillemme tuttua, mutta silti ihan uutta. Unkarilaiset tuntevat sukulausrakkautta suomalaisiin. Varmaankin siksi oli helppo pyytää kouluttajia Unkarista. Jo ensimmäisen matkan tuliaisina vuonna 2000 alkoi Helsingin yliopistossa menetelmään perehdyttävien opettajien täydennyskoulutusten sarja. Kouluttajina olivat **Eszter C. Neményi** ja **Julianna Radnaine-Szendrein**. Pian matematiikan yleisdidaktisista koulutuksista siirryttiin vuosiluokkiin sidottuihin kursseihin.

Samoihin aikoihin, kun Matikkamaata perustettiin ja haettiin uusia näkökulmia matematiikan opettamiseen, oli uusia tuu-

lia Unkarista hakemassa myös Helsingin yliopiston matematiikan laitoksen dosentti **Marjatta Näätänen**. Hän löysi täsmälleen saman tavan opettaa matematiikkaa pienille lapsille kuin opettajienkin retkikunta. Näätänen aloitti sekä koulutusyhteistyön että pyrkimykset menetelmän mukaisen materiaalin systemaattiseen suomalaistamiseen. Tällä tavoin virisi kiinnostus menetelmää kohtaan pääkaupunkiseudun ohella myös Jyväskylässä ja Polvijärvellä. Kouluttajina olivat menetelmää käyttävät unkarilaiset opettajat **Márta Sz. Oravec** ja **Ágnes Kivovics**.

Tällaiset kokeilut ja hankkeet voivat alkaa vain suuren innostuksen ja talkootyön varassa. Uudenlaisten matematiikan toimintamateriaalien tuominen Suomeen, oppikirjojen kääntäminen ja toimittaminen oli isoille oppikirjakustantajalle liian suuri ja kallis riski. Eikä vastaavaa ollut tehty aikaisemminkaan. Erityisesti Marjatta Näätäsen ponnistelujen tuloksena Helsingin yliopiston unkarin kielen opiskelijat käänsivät menetelmän mukaisia alkuopetuksen materiaaleja suomeksi kokeilua varten. Kokeilu alkoi vuonna 2000 Jyväskylässä ja Polvijärvellä. Pian Varga-Neményi-menetelmää kokeiltiin myös pääkaupunkiseudulla.

Heti alussa kävi selväksi, että edessä oli melkoinen ammatillisen kehittymisen haaste. Uuden oppiminen tarkoittaa usein myös vanhasta poisoppimista. Kokeilua on helppo verrata autolla ajamisen opetteluun. Lähes samanaikaisesti on harjoiteltava sekä auton hallintaa että liikenteen seuraamista. Määränpäähän pitäisi päästä kolaroimatta omaa ja muiden kulkupeliä, kenenkään yli ei myöskään saisi ajaa. Alkuaikojen kokeilumateriaalit olivat raakakäännöksiä ja siksi vaikeasti ymmärrettäviä. Kokeilun edetessä kävi kuitenkin yhä selvemmäksi, ettei enää ole paluuta: uusi tie ja uudet maisemat olivat vastustamattomia. Jatkamisen ja asiaan paremmin perehtymisen jäivät ainoaksi vaihtoehdoksi. Määränpäähän on suomalaisten oppilaiden matematiikan osaamisen tason nostaminen.

Kokeilu järjestäytyy ja vakiintuu

Espoon Matikkamaa sai vuonna 2001 apurahan, jonka turvin käännätettiin vielä 3. ja 4. vuosiluokan oppimateriaalit kokeilua varten. Kääntäjinä ovat olleet **Anna Hajdu** ja **Nina Ortju**. Unkarissa on menetelmän mukaisia oppimateriaaleja aina sikäläisen peruskoulun loppuun saakka, joten suomalaistettavaa riittäisi vielä pitkäksi aikaa.

Pian tämä kahdesta suunnasta virinnyt kiinnostus yhdistyi ja laajeni niin, että vuonna 2005 perustettiin valtakunnallinen Varga-Neményi-yhdistys ry. Innostus tarttuu! Yhdistyksen jäsenmäärä on kasvanut jatkuvasti sen viisivuotisen taipaleen aikana. Vuonna 2009 jäseniä oli noin 130. Yhdistyksen Korpikodissa Lahdessa pitämä kesäseminaari tarjoaa eri puolilla Suomea menetelmää käyttäville opettajille yhteisen foorumin ajatusten vaihtoon ja verkostoitumi-

seen. Vuonna 2009 pidettiin myös ensimmäinen syysseminaari yhteistyössä Helsingin yliopiston LUMA-keskuksen kanssa.

Yhdistyksen tavoitteena on edistää toiminnallaan lasten matematiikan oppimista ja opettamista Varga–Neményi-opetusmenetelmällä. Yhdistys suomalaistaa menetelmän mukaisia oppimateriaaleja. Se järjestää seminaareja menetelmää käyttäville tai sitä soveltaville opettajille, ylläpitää kouluttajapankkia ja tekee yhteistyötä opettajien täydennyskoulutusta järjestävien tahojen kanssa. Yhdistys myös tukee opetusmenetelmään liittyvää tutkimusta.

Yhdistys on koko toimintansa ajan ponnistellut suomalaistettujen täysin menetelmän mukaisten oppimateriaalien aikaan saamiseksi. Pieneltä kustantajalta työ etenee hitaasti, sillä pääomaa on kerättävä apurahoina. Tämä viivästyttää ja hidastaa hanketta. Hitaudella on kuitenkin myös etunsa. Materiaaleja ehditään kokeilla ja muokata riittävän kauan. Aivan ensimmäiset kokeiluoppilaat ovat jo siirtyneet pois peruskoulusta.

Yhdistyksen kustantamassa Matematiikka -oppimateriaalisarjassa ilmestyvät alkuopetuksen materiaalit kokonaisuudessaan suomalaisten opettajien ja oppilaiden käytettäväksi lukuvuodesta 2010–2011 alkaen. Seuraavana haasteena on Eszter C. Neményin laajan matematiikan didaktiikkasarjan kääntäminen ja suomalaistaminen. Tavoitteena on myös oppimateriaalien suomalaistaminen yleisemmille vuosiluokille.

Kenelle Varga–Neményi-menetelmä sopii?

Matematiikan opettamisen ajatellaan olevan helppoa. Tunnin rakenne on selkeä: läksyn tarkistus, päässälaskut, opettajan demonstraatio uudesta, oppilaiden tehtävien tekemistä ja uudet kotitehtävät. ”Aukeama/tunti” -periaatetta noudatetaan monissa alaluokkien oppikirjasarjoissa. Varga–Neményi-menetelmä on toisenlainen. Se vaatii opettajalta perehtymistä, innostusta, matematiikan perusasioiden hallintaa, tietoa ja kokemusta lapsen kehitysvaiheista ja joskus varsin runsaastikin valmisteluaikaa.

Oppilaille tarjotaan paljon monenlaisia yhteisiä matematiikkakokemuksia. Samasta temasta käydään läpi useita erilaisia esitysmuotoja. Usein kaikilla oppilailla on omat toimintavälineet. Tämä pitää opettajan ahkerana. Tunneilla leikkien ja toimintojen lisäksi opetellaan katsomaan matematiikan kannalta olennaisia kuvia ja opitaan mallintamaan matematiikkaa piirtämällä. Matematiikan rakenteita opetetaan yhtäaikaaisesti, esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskuja opetellaan ensimmäisellä luokalla yhtä aikaa, samoin kerto- ja jakolaskuja toisella luokalla. Myös kaikkien peruslaskutoimitusten yhteydet otetaan esille alkuopetusvaiheessa. Laskulait ja lukujen väliset suhteet ovat käännteisten laskutoimitusten ohella jatkuvasti esillä. Lukukäsitettä pohjustetaan perusteellisesti samalla kun lukualueet pysyvät pieninä.

Matematiikkaa ei opeteta abstraktina käsitejärjestelmänä, vaan oppilaat saavat todellisia ”matematiikkakokemuksia”, joista he itse rakentavat oman matematiikkansa perustuksen. Opettajan tärkein tehtävä on mahdollistaa näiden kokemusten hankkiminen ja ohjata toimintaa oikeaan suuntaan. Oppimiskäsitys on sosio-konstruktivistinen.

Menetelmää kehitettiin Unkarissa aktiivisesti 1960-luvulta 1980-luvulle. Valitettavasti menetelmästä ja sen teoreettisista taustoista ei ole kirjoitettu juuri muillakaan kuin unkarin kielellä – eikä sieläkään paljon 1980-luvun jälkeen. Unkari oli melko eristyksissä muusta maailmasta ennen uuden poliittisen järjestelmän saapumista.

Suomeksi on menetelmästä on tehty toistaiseksi yksi väitöskirja. Pirjo Tikkanen väitteli vuonna 2008 aiheenaan ”Helpompaa ja haus Kempaa kuin luulin. Matematiikka suomalais-ten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana”. Hän kartoitti samalla, mitä maailmalla Varga–Neményi-menetelmästä on kirjoitettu ja miten sitä on tutkittu. Menetelmän mukaista oppimateriaalia on analysoitu Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitoksen matematiikan opetuksen tutkimushankkeessa. Esimerkiksi tuottamistehtäviä Varga–Neményi-menetelmän mukaisessa oppikirjassa on 43 %, kun muissa alkuopetuksen kirjoissa osuus on 3–11 % ja avoimia tehtäviä on 28 %, muissa 5–7 %. Vastaavanlaisia eroja havaitaan vertailtaessa tehtävien kognitiivisia tasoja. Hämmästyttäviä ja ajattelua herättäviä löydöksiä, eikötöttä? ■

Lisää luettavaa:

- [1] Varga–Neményi-yhdistyksen kotisivu www.varganemenyi.fi
- [2] Matematiikka-lehti Solmun opetussivut <http://solmu.math.helsinki.fi/opetus.html>
- [3] Pirjo Tikkanen väitöskirja osoitteessa <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-3247-3>
- [4] Oppikirjojen sisällön vertailu <http://tutkielmat.uta.fi/pdf/gradu03415.pdf>