

Ympyrä vierii pitkin toista ympyrää, jonka säde on kaksinkertainen. Ympyrän kehällä oleva piste piirtää käyrän, jota nimitetään **munuaiskäyräksi** eli nefroidiksi. Se on *epitrokoidin* erikoistapaus.

Parametrimuodossa sen yhtälö näyttää monimutkaiselta:

$$\begin{cases} x = 3 \cos(t) + \cos 3t \\ y = 3 \sin(t) - \sin 3t \end{cases}, -\pi \leq t \leq \pi.$$

Käyrä on kuitenkin algebrallinen.

## Tehtäviä:

1. Arvioi käyrän pituus.
2. Arvioi käyrän rajoittaman alueen pinta-ala.
3. Arvioi käyrän kahden pisteen suurin etäisyys.
4. Määritä käyrän pituus laskemalla tai jonkin dynaamisen matematiikkaohjelman avulla.

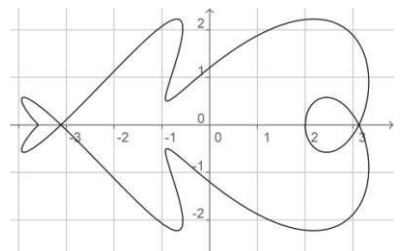
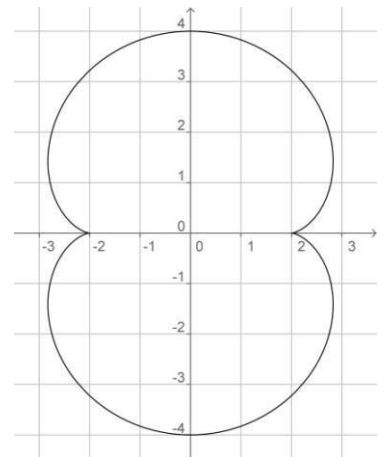
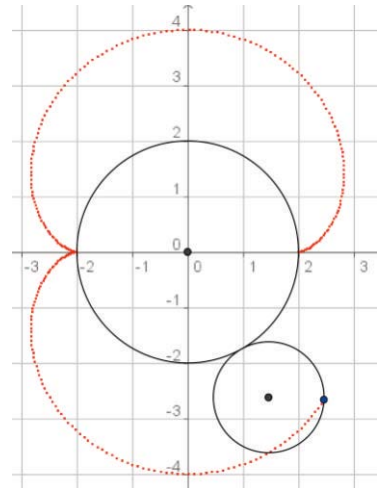
Parametrimuotoinen käyrä voidaan yleistää käyräparveksi, kun numeeriset kertoimet korvataan parametreilla:

$$\begin{cases} x = a(b \cos(t) + \cos(ct)) \\ y = a(d \sin(t) - \sin(et)) \end{cases}, -\pi \leq t \leq \pi.$$

Munuaiskäyrä saadaan, kun  $b = c = d = e = 3$ . Useimmilla muilla parametrien arvoilla katoaa käyrän geometrinen sisältö, mutta vastineeksi saadaan monimuotoinen parvi käyriä. Esimerkiksi viereisestä kuvasta on mahdotonta tunnistaa munuaiskäyränkaltaisuutta.

## Tehtävä:

5. Leiki parametreilla ja etsi erilaisia hahmoja.



Matletti ja ratkaisut eDimensiossa

<http://www.maol.fi/julkaisut/edimensio/dimension-pulmasivuja/>