



1/2010

# Dimensio

Irtonumero 10 €

Matemaattis-luonnontieteellinen aikakauslehti < 74. vuosikerta > MADL 75 vuotta



- 5** Pääkirjoitus  
Irma Iho
- 6** Julkaisuja eri vuosikymmeniltä
- 9** Tapahtui luokassa  
Johannes Paasonen
- 10** Luma- ja lumematematiikkaa  
Markku Halmetoja, Jorma Merikoski ja Timo Tossavainen
- 12** Kemian opetustilat – säädöksiä ja arkitodellisuutta  
Elsi Torn
- 18** Matematiikkaa kaikille  
Anni Lampinen ja Hannu Korhonen
- 23** Lahjakkuutta ja erityisvahvuuksia tukeva opetus  
Leo Pahkin
- 26** MAOL:n syyspäivät 2009 Naantalissa  
Anu Tuominen
- 27** Rakenteiset päättelyketjut  
Mauri Toivonen
- 36** SciFest 2010 – monimuotoista ilottelua tieteen ja teknologian parissa  
Pauliina Korhonen
- 40** Sirius-palkinto Kauko Kauhaselle Kuopioon  
Pirkko Ekdahl
- 42** Väittely oppilaan näkökulmasta  
Arttu Kesanto
- 44** Kemian osajaksi Kokkolassa - kemian koulutusväylä avaa uusia mahdollisuuksia  
Maija Rukajärvi-Saarela ja Ulla Lassi
- 50** Kvanttifiysiikkaa yläkoulun kokeellisessa työssä  
Anna-Leena Latvala
- 52** Materiaalit ympärillämme  
Jan Jansson ja Anni Loukomies
- 56** Matematiikan pitkä oppimäärä  
Jaakko Koskinen, Sakari Väänänen ja Jyri Lehtonen
- 58** Havainnollistamisesta tietokoneen avulla  
Erkki Luoma-aho
- 61** Olarin koulun 8D voitti pohjoismaisen NMCC-kilpailun 2009  
Rita Järvinen
- 63** Kirjallisuutta: Matematiikan opetusmateriaalin esittelysarja
- 64** Vuoden opettaja  
Elina Näsäkkälä
- 66** Pulmasivu

*Kansikuva: Agata Urbaniak "Atmosphere".*

*Suihkukoneen jättövana näkyy hahtuvapilvien yläpuolella. Jättövana muodostuu, kun pakokaasujen lämpötila laskee alle kastepisteen ja vesihöyry tiivistyy, usein siis korkealla, jossa on riittävän kylmää. Siksi vana ei myöskään ala moottorin poistoaukosta, vaan kauempaa koneen takaa. Yksittäimen jättövana on kaunis katseenwangitsija, mutta jättövanoja on jo niin paljon, että niiden verkko vaikuttaa maapallon säteilyominaisuuksiin ja on siksi merkittävä ympäristövaikuttaja. –HK*

## JULKAISIJA

Matemaattisten Aineiden  
Opettajien Liitto MAOL ry  
Rautatörmäkatu 6, 00520 Helsinki

## PÄÄTOIMITTAJA

Leena Mannila  
Puh. 050 367 3421  
leena.mannila@maol.fi

## VASTAAVA PÄÄTOIMITTAJA

Irma Iho  
Puh. 050 302 1589  
irma.iho@maol.fi

## TOIMITUSSIHTEERI

Jarkko Narvanne  
Puh. 050 523 2768  
dimensio@maol.fi

## PAINO

Forssan Kirjapaino Oy  
ISSN 0782-6648  
ISO 9002

## TILAUKSET JA OSOITTEENMUUTOKSET

MAOL:n toimisto  
Puh. (09) 150 2338

## TILAUSHINTA

Vuosikerta 48 €, irtonumero 10 €, ilmestyy 6 numeroa vuodessa

## TOIMITUSKUNTA

Leena Mannila, pj., Tomi Alakoski,  
Kalle Juuti, Pasi Ketolainen, Jari Koivisto,  
Hannu Korhonen, Juha Oikkonen,  
Heidi Ronkainen, Maija Rukajärvi-Saarela,  
Marika Suutarinen, Kaisa Vähähyyppä,  
Maria Vänskä, Jarkko Narvanne, siht.

## NEUVOTTELUKUNTA

prof. Maija Ahtee  
prof. Maija Aksela  
op.neuvos Marja Montonen  
prof. Kaarle Kurki-Suonio  
prof. Aatos Lahtinen  
prof. Ilpo Laine  
prof. Tapio Markkanen  
rehtori Jukka O. Mattila  
prof. Esko Valtaoja  
prof. Erkki Pehkonen  
joht. Kari Purhonen  
prof. Pekka Pyykkö  
dos. Jorma Merikoski  
toim.joht. Hannu Vornamo



# MAOL-oppiaineiden haasteet ja tulevaisuus

Vuoden 2009 lopulla ilmestyi arvioita suomalaisen tieteen tilasta. Sekä Suomen Akatemian että Elinkeinoelämän valtuuskunnan näkemyksen mukaan tilanne on synkkä. Toisaalta päättyneenä vuonna juhlittiin tieteen merkittäviä edistysaskeleita neljäsataa vuotta sitten. Galileo Galilei kehitti empiirisen, luonnontieteellisen tutkimusmenetelmän ja toi matemaattisen mallinnuksen tutkimukseen. Olemmeko vuosikymmenen vaihtuessa lähdössä ajassa taaksepäin? Marraskuussa pidetyn eri järjestöjen yhteistyössä toteutetun Galilei-symposion avajaispuheessaan valtiosihteeri **Raimo Sailas** totesikin vapaasti lainaten seuraavasti: *Tieteellä ei ole Suomessa sitä asemaa, mikä sille kuuluisi. Taikausko valtaa alaa.*

Tärkeissä julistuksissa puhutaan innovaatioista, tuotekehittelystä, ilmastonmuutoksen torjumisesta, kestävästä kehityksestä ja monesta muusta hyvinkin merkittävästä asiasta. Harvoin mainitaan tiede näissä yhteyksissä. Positiivisena poikkeuksena Ruotsi nosti EU- puheenjohtajakautensa tärkeäksi tekijäksi tieteen ja tutkimuksen. Ruotsin hallituksen organisoima konferenssi Lundissa antoi julistuksen, joissa todetaan esimerkiksi, että Euroopan tulee kyetä luomaan ja ylläpitämään maailmanluokan tutkimusinfrastruktuureja. Julistus on melko huonosti läpäissyt suomalaista mediaa. Toivottavasti se kuitenkin vaikuttaa yleiseen ilmapiiriin ja päätöksiin Suomessakin.

Asenneilmapiiri tiedettä ja jopa tietoa kohtaan on huono. Tietoa pidetään monen hyvän vastakohtana. Parempia arvoja ovat taito ja tunne. Millaista lienee taito ilman tietoa? Tunnekaan ei taida olla yksinään ainoa hyvä arvo. Onhan maailmalla nähty paljon esimerkkejä siitä, mitä tunteen vallassa olevat ihmiset saavat aikaan, jos tieto ja vastuu puuttuvat. Rajoja ja kynnyksiä pitäisi monessa asiassa tarkastella ja mataltaa.

Koulumaailmassa tehdään tiedettä korkeintaan hyvin pienimuotoisesti. Siellä luodaan kuitenkin perustat. Kivijalat täytyy olla kunnossa ja asenteiden pitää olla kohdallaan. Tasavertaisessa yhteistyös-

sä eri oppiaineiden kesken saadaan tulosta aikaan. Monitieteisyydelle täytyy antaa tilaa yksittäisen oppiaineen syvällisyyttä heikentämättä. Matematiikka on kaikenlaisen tutkimuksen väline ja luonnontieteet pitää nostaa niille kuuluvaan arvoonsa. Valitettavasti ollaan kuitenkin menossa päinvastaiseen suuntaan. Innostus luonnontieteisiin koulumaailmassa on koko ajan vähenemässä ja tilanne on erityisen huono vuosikymmenen päästä, jos tilanne jatkuu samanlaisena.

Tilanteen korjaamiseksi on vaikea löytää yksinkertaisia keinoja. Päättäjät ovat avainasemassa. Heidän on kuitenkin kuunneltava äänestäjiä, jatkokausi on muuten epävarma ja nyt vaalit ovat jo pelottavan lähellä. Ihmisten asenteita taas on vaikea muuttaa, jos varhaiskasvatus ja media eivät lähde mukaan. Yleisestä keskustelusta on saanut sellaisen käsityksen, että uusissa kouluja koskeissa suunnitelmissa kivijalkoja ollaan edelleen murentamassa. Ministeritason henkilöt ovat antaneet julkisuudessa lausuntoja esimerkiksi siitä, mitä perusopetuksen uudessa tuntijaossa pitäisi vahvistaa. Uudet tiedot tieteen tilasta eivät ole lausuntoihin mitenkään vaikuttaneet. Joissakin asioissa on jämähdetty hallitusohjelmaan, vaikka maailma on aika paljon hallitusohjelman teon jälkeen muuttunut.

Päätöksentekijöillä on iso vastuu ja vastuuta on kannettava vuosikymmeniä eteenpäin. Koulussa tapahtuvat muutokset vaikuttavat pitkällä viiveellä. Odotamme kuitenkin positiivisella mielellä uuden vuoden ja vuosikymmenen alussa tehtäviä päätöksiä ja ratkaisuja ensin perusopetuksessa ja sitten toisella asteella. MAOL-oppiaineilta ja -opettajilta vaaditaan yhteiskunnassa paljon. Pitää luoda arkipäivän taitojen lisäksi tieteen perustat, vaikka asia ei aina nousekaan keskusteluissa esiin. Liiton tehtävänä on tukea yksittäistä opettajaa työssään ja viedä MAOL-näkemyksiä eri vaikuttajatahojen tietoon.

**Hyvää uutta vuotta, hyvää MAOL-juhlavuotta ja hyvää uutta vuosikymmentä.**

# Matematiikkaa kaikille

## Eszter Neményin haastattelu

Kysymykset: **ANNI LAMPINEN JA HANNU KORHONEN**

Vastaukset: Eszter Neményi

Käännös unkarista: Anna Hajdu

**Yhtä unkarilaista matematiikan opettamisen tapaa kutsutaan Varga–Neményi-menetelmäksi. Jälkimmäisen nimen kantaja on matematiikan opetuksen dosentti Eszter Neményi. Hän on toiminut opettajankouluttajana Valtakunnallisessa pedagogisessa instituutissa Budapestissä ja Eötvös Lorand -yliopiston opettajankoulutuslaitoksella. Hän on ollut laatimassa Unkarin kansallisia opetussuunnitelmia, erityisesti alaluokkien matematiikan osalta. On nyt eläkkeellä, mutta jatkaa innokkaasti opetuksen kehittämistä ja opettajien opastamista. Syyskuussa hän oli suomalaisen Varga–Neményi-yhdistyksen vieraana Suomessa ja kertoi urastaan ja matematiikan opettamisesta.**

### Mitä teet Unkarissa?

– Olen jo eläkeläinen. Nyt minulla on aikaa korjata ja laajentaa luokanopettajiksi opiskelevia varten kirjoittamiani oppikirjoja. Suunnitelen myös ala-asteen oppikirjasarjani uudistamista: parantelua, laajentamista, ajanmukaistamista.

### Miten menetelmä syntyi? Vargan merkitys?

– Nuoruudessani luokanopettajat koulutettiin Unkarissa keskiasteella peruskoulun jälkeen. Sellaisen koulutuksen minäkin olen saanut. Valmistuin matematiikan aineenopettajaksi Budapestin yliopistosta vuonna 1968. Opiskeluaikana tutustuin muun muassa opettaja Tamás Vargan ajatuksiin matematiikan opetuksen uudistamisesta. Toimin kolme vuotta opettajana. Sinä aikana minulle kerääntyi paljon ikäviä kokemuksia aritmetiikan opettamisesta. Omasta mielestäni ei ollut yhtään kiinnostavaa, vaan todella tylsää käyttää lukuisia opitunteja (100–120) laskutoimituksien harjoitteluun. Eihän siinä ollut mitään järkeä! Toisaalta rakastin matematiikkaa, pidin ongel-



*Neményi ei luennoi, vaan teettää opettajakuulijoillaan samoja tehtäviä kuin oppilailla.*

mien ratkaisemista jännittävänä ja ajatuksenkulkuja kauniina.

Varga aloitti kokeilunsa Budapestissä samanaikaisesti kahdessa ensimmäisessä luokassa. Hän ei tähdännyt pelkästään metodologian uudistamiseen, vaan loi kokonaan uudet perusteet oppimateriaalille opetusmenetelmineen. Silloisen opetussuunnitelman mukaisesti Unkarissa opetettiin alasteen neljällä luokalla ylivoimaisesti eniten aritmetiikkaa ja hyvin vaatimattomasti geometriaa.

Kokeiluillaan Varga todisti, että sopivilla menetelmillä on mahdollista ja tarkoituksenmukaista pohjustaa matematiikan kaikkia alueita jo tässä varhaisessa vaiheessa työstäen matemaattisia aiheita niiden oikeissa yhteyksissä. Hän etsi ja laati ikäluokalle parhaiten sopivat menetelmät ja materiaalit yhdessä kokeiluun osallistuvien luokanopettajien kanssa käytännön työtä yhdessä tehden.

Kokeilun aloittaneet koululaiset olivat jo neljännellä luokalla, kun

minä pääsin mukaan. Kaikkein hämmästyttävien kokemuksi oli silloin, että yhdeksänvuotiaat työskentelivät sellaisten tehtävien parissa, joita me opiskelimme yliopistossa. He pohtivat tehtäviään niin innokkaina, etteivät halunneet kuullakaan tunnin loppua tarkoittavaa kellonsoittoa.

Olen viimeisestä opiskeluvuodestani lähtien työskennellyt tämän ”ihmeen” parissa. Aluksi osallistuin työkirjojen ja oppikirjojen työstämiseen, valmistumiseni jälkeen päiväkodin ja ala-asteen kokeilumateriaalin laatimiseen, opettajien auttamiseen ja kokeilun ohjaamiseen. Vuosina 1990–2008 työskentelin opettajankoulutuslaitoksessa ja opetin tuleville luokanopettajille matematiikan didaktiikkaa. Osallistuin tämän lisäksi jo työssä olevien opettajien täydennyskouluttamiseen.

### **Millaiset juuret menetelmällä on Unkarissa?**

– Viime vuosisadan alussa toteutettujen uudistusten ansiosta Unkarin koululaitos parani huomattavasti. Matematiikan opetukselle oli tyypillistä, että lahjakkaat oppilaat pääsivät korkealle tasolle, mikä näkyi aina tiedeolympialaisissa asti. Ansio kuuluu hyvin koulutetuille ja osaaville lukion opettajille, jotka tekivät työnsä innokkaasti. Menestystä selittää laajemmin se, että ympäri maata toimi matematiikan erityisluokkia. Näissä luokissa työskenneltiin matematiikan parissa valikoitujen oppilaiden kanssa, oli huomattavasti enemmän matematiikan tunteja ja huomattavasti laajempi oppimateriaali, jota käsiteltiin vaativammin ja tieteellisemmin kuin tavallisissa lukioissa. Ei-matemaattisissa luokissa oppilaiden oppimateriaali ja opetuksen menetelmät eivät todennäköisesti olleet paljolti erilaisia kuin muissa maissa.



*Matematiikan oppiminen ja opettajien koulutus ei ole passiivista vastaanottamista, vaan aktiivista yhteistyötä.*

Peruskoulun matematiikan opetus seurasi kaikille yhtenäistä opetussuunnitelmaa 1960-luvulle asti. Varsinkin 6–10-vuotiaiden matematiikka rajoittui hyvin kapealle alueelle. Me opetimme laskemaan luonnollisilla luvuilla, ratkaisimme lukemattomia rakenteeltaan samantyyppisiä sanallisia tehtäviä; lisäksi käsitelimme joitakin satunnaisia geometrian asioita. Opettamiselle oli tyypillistä, että opettaja ”julisti” uudet asiat, esitti joitakin ratkaisumenetelmiä – useimmiten jonkin verran havainnollistaen – harjoitutti perusteellisesti kertomansa asiat ja lopuksi kuulusteli.

Vuonna 1962 Budapestissa järjestettiin kansainvälinen matematiikan opetuksen konferenssi, jossa opettajat saivat tilaisuuden tutustua maailmanlaajuisesti alkaneisiin uudistuksiin. Tamás Varga, joka oli jo aikaisemmin tehnyt kokeiluja yli kymmenvuotiaiden paremman ja tehokkaamman opetuksen puolesta, ymmärsi, että jo pienille koululaisille voi opettaa oikeata matematiikkaa, jos työtä tehdään ikä-

luokalle sopivin menetelmin heidän kiinnostuksestaan lähtien.

Yhdessä kahden opettajan kanssa he etenivät viikko viikolta sen oppimateriaalin muokkaamisessa, jota 6–10-vuotiaiden lasten kanssa oli mahdollista käsitellä. Varga oli jatkuvassa yhteydessä useampiin tunnettuihin ulkomaalaisiin matematiikan professoreihin. Hän oli myös hyvin perillä kehityspsykologian tutkimustuloksista, joten hänellä oli hyvät edellytykset muokata ikäluokalle parhaiten sopivia menetelmiä.

### **Voiko menetelmän tiivistää muutama selkeään periaatteeseen?**

– Lähtökohtana ovat kansallisen opetussuunnitelman päämäärät: oppilaan kokonaisvaltainen kehittäminen, mahdollisuuksien epätasa-arvoisuuden vähentäminen, mikä matematiikassa tarkoittaa sitä, että ”matematiikka kuuluu kaikille”, sekä käytännön ongelmien ratkaisutaitojen oppiminen. Matematiikan opetuksen sisältönä ovat viisi suurta aihepiiriä niiden oman

rakenteen mukaisesti, kaikissa mahdollisissa kohdissa toisiinsa liittyen ja toisiansa vahvistaen:

- joukot, matemaattinen logiikka
- aritmetiikka, algebra
- relaatiot, funktiot, jonot
- geometria, mittaukset
- kombinatoriikka, todennäköisyys, tilastot.

Toteuttamisperiaatteina voidaan nähdä seuraavaa.

Tärkeää on huomion kohdistaminen siihen, mitä oppilas osaa opetusjakson alussa. Lapsi voi nimittäin edetä vain siitä tasosta, johon hän on jo päässyt. Se määrittää mitä ja varsinkin miten lapset kykenevät oppimaan sekä määrää puolestaan sen, mitä ja miten voidaan opettaa. Se, mihin opetuksella pyritään, voi lähinnä vain antaa suuntaa. Suunnittelussa siis eivät vaatimukset tai tavoitteet sinänsä ole ensisijaisia, vaan kuljettava tie määräytyy mahdollisuuksien ja tavoitteiden yhteensovittamisesta.

Didaktisesti tämä tarkoittaa sitä, että kutakin aihekokonaisuutta voidaan käsitellä monella eri tavalla. Näin siksi, että **matka kehittää eikä saavutettu päämäärä**. Tärkeintä on siis oppilaan oma toiminta eikä saavutettu tieto. Työskentely matematiikan parissa voi olla kaksoisilon lähde, jos lapset saavat kokea yhtäältä maailman yhä paremman ymmärtämisen jännitystä ja toisaalta oman henkisen kasvunsa riemua. Pienet koululaiset eivät saa aitoja tietoja abstrakteista ilmoituksista, selityksistä ja julistuksista. Matematiikan opiskelu alkaa **toiminnallisesta henkilökohtaisesta kokemusten hankinnasta**, eikä alkuvaiheessa monestikaan voida mennä tätä pidemmälle. Jos lapsi oppii havainnoimaan tilanteita, kuvia ja tapahtumia sekä näitä rekonstruoidaan, esittämään, piirtämään,



*Monestako sormestasi pidän kiinni -leikki tuo hauskuutta ja läheisyyttä matematiikan oppimiseen.*

kertomaan, kuvailemaan ja ilmaisemaan merkkien avulla, hän on ottanut ensimmäisen askelen oppimisen tiellä.

Abstraktion perusta on, että opitaan tuntemaan monenlaisia konkreettisia asioita ja ilmiöitä, seikkoja. Vastaavasti ongelmien ratkaisemisesta toiminnallisesti konkreettisia välineitä käyttäen tulee abstraktin ongelmaratkaisun perusta ja siten myös maailman käsittämisen ja ajattelun kehityksen perusta. Toiminnalliseen kokemusten hankintaan ja ongelmaratkaisuun tarvitaan **konkreettisia välineitä**. Näitä ovat lapsen oma keho ja hänen luonnollisen ympäristönsä esineet, mutta tarvitaan myös oppimisen avuksi suunniteltuja oppimistävälineitä.

Käsitteiden ja käsitejärjestelmien muodostaminen on **pitkä prosessi**. Sitä ei voida hoitaa sitä tunnin tai muutaman viikon aikana. Jos pienen lapsen sallitaan kulkea omaa ajatuspolkuaan ilman opettajan jatkuvaa ohjeistamista tai hoputtamista ajan puutteeseen vedoten, on mahdollista, että hän

kehittyy omien kykyjensä ja mahdollisuuksiensa mukaan. Tästä seuraa, että eriyttämistä tarvitaan monessa suhteessa, ja myös, että suorituksiltaan ja saavutuksiltaan luokan lapset ovat mahdollisesti hyvinkin eri vaiheissa. Mutta tällä tavalla jokaisen lapsen tiedot ovat oikeita, ymmärrettyjä tietoja ja jokainen lapsi lähestyy omien mahdollisuuksiensa huippua.

On erittäin tärkeä turvata **erehdyttämisen vapaus**. Jos lasta jatkuvasti moititaan virheiden ja erehtymisen takia, hän menettää rohkeutensa yrittää ja kokeilla. Jos lapsi pelkkää virheitä, ajatusvirheet jäävät useimmiten piiloon, joten aikuinenkin saattaa luulla, että lapsi tietää ja osaa. Valitettavasti näin kasvaa vain virheiden määrä ja puutteiden kuilu. Matka aitoon tietämykseen mutkistuu ja pitkittyy.

Opettajan ja kasvattajan roolikin on muuttunut: hän ei ole enää tiedon ensisijainen lähde. Hänen tärkein tehtävänsä on opetustilanteiden järjestäminen, ongelman oikeanlainen esittäminen, ongel-

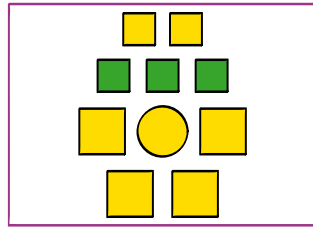
man ratkaisemiseen tarvittavista välineistä huolehtiminen ja mahdollisesti tarvittavan tuen turvaaminen. Hänen tehtävänsä on rauhallisen työympäristön luominen ja motivoituneisuuden rakentaminen. Kaikkien näiden jälkeen ja lisäksi tulee työn ohjaaminen ja tarkistaminen sopivassa määrin.

Matemaattisten ongelmien esittäminen leikkeinä on monessa tapauksessa kehittämisen ja kasvatuksen sopiva muoto, sillä juuri **leikki** on lapsen aidoimpia toimintatapoja ja siksi hänelle parhaiten sopiva. Leikkiä siis ei tarvitse karkottaa oppitunnin ulkopuolelle, vaan päinvastoin siitä kannattaa tehdä oppimisen olennainen osa. Toisaalta oppituntien ulkopuolelle suunniteltujen leikkien tehoa voidaan parantaa liittämällä ne tavalla tai toisella oppitunneille suunniteltuihin oppimistilanteisiin.

### Miten menetelmä eroaa muista tavoista opettaa matematiikkaa?

– Unkarilaiset opettajat noudattavat nykyäänkin monenlaisia menetelmiä. Eräs kohta, jossa erot ovat suuria, on ajatus siitä, että lähde-tään lasten omakohtaisesta toiminnallisesta kokemusten hankkimisesta ja kukin lapsi seuraa omaa ajatuksenkulkuaan omassa tahdissaan. Moni opettaja menettelee niin, että kun kokemus on hankittu yhdessä, kirjataan ”opittavat” lauseet, joihin jatkuvasti viitaten ratkaistaan lukuisia harjoitustehtäviä. Useimmiten nämä tehtävät eivät vaadi oppilailta itsenäisiä ajatuksia, vaan oppilaat joutuvat lähinnä toimimaan ohjeiden mukaisesti. Kaikilla on samat tehtävät, joita täytyy suorittaa samassa ajassa, riippumatta siitä, että luokassa on niitä, jotka pystyisivät paljon vaativampaankin ja niitä, jotka eivät ole edes tajunneet ulkoa opittujen sanojen merkitystä.

### 14. Lu-ku 10 e-ri ta-voin. Et-si pa-rit.



$$3 + 3 + 4$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$5 + 5$$

$$4 + 4 + 2$$

$$2 + 3 + 3 + 2$$

$$6 + 4$$

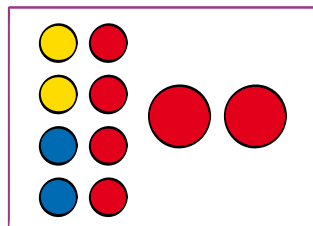
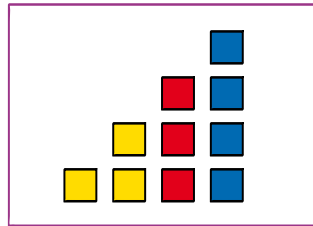
$$9 + 1$$

$$2 + 2 + 6$$

$$3 + 7$$

$$8 + 2$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2$$



*Tehtävänä on yhdistää kuva ja luvun 10 hajoitelma. Harjoitus saattaa näyttää helpolta, mutta tarkemmin mietittäessä on monia mahdollisuuksia tulkita kuvaa, jotta tietty lauseke sopisi sen pariksi.*

Peruskoulun oppimateriaali on suurin piirtein yhtenäinen, kuitenkin lasten osaaminen kahdeksannen luokan lopussa on hyvin kirjavaa, koska opetuksen menetelmät vaikuttavat merkittävästi oppimisen kulkuun sekä hankittujen tietojen ja taitojen syvyyteen, aitouteen ja järjestelmällisyyteen. Sama tieto merkitsee aivan eri asiaa oppilaalle, jolle se on vain muistiin painettu lause (joka irrallisena yhteyksistään poistuu hänen muististaan hyvin lyhyessä ajassa) ja oppilaalle, joka jonkin ongelman ratkaisemisen yhteydessä itse ”keksi” sen itselleen, saa itse pukea sen sanoiksi, mahdollisesti etsiä todistuksen ja lopulta ehkä selittääkin luokkakavereilleen.

### Mitä menetelmä antaa oppilaalle? Entä opettajalle?

– Oppilas saa kokea ymmärtämisen iloa, usein myös ”keksimisen” riemua. Menetelmä turvaa todellisen, hyvin ymmärretyä ja edelleen kehittämiskelpoisen tietojärjestelmän rakentumisen. Opettajan kannalta kysymys on **luovasta työstä**. Hänen ei tarvitse kulkea sitä tietä, jota useimmat kulkevat. Vastineeksi opettaminen vaati häneltä enemmän työtä: täytyy suunnitella, järjestää ja tarkistaa tavallista enemmän ja paremmin, mutta työ myös rikastuttaa häntä itseään siten, että hän voi tavallista paremmin viedä oman persoonallisuutensa ja oman ajatusmaailmansa opetuksen prosessiin.

## Vaatiiko menetelmä opettajalta jotain erityistä osaamista?

– Kyllä vaatii. Opettajalla täytyy olla tavanomaista parempi ja syvälisempi matematiikan ja kehityspsykologian osaaminen ja hänen täytyy jatkuvasti vaalia ja kehittää sitä. Hän ei voi tyytyä siihen, mitä on joskus oppinut matematiikasta ja sen didaktiikasta, jotta hän kykenisi reagoimaan jokaisen lapsen ajatuksiin ja ajatuksen kehitykseen, viemään eteenpäin niitäkin, jotka jäisivät jälkeen, ja ruokkimaan myös henkisesti ja älyllisesti lahjakkaita. ”Oppia ikä kaikki” pätee varsinkin opettajan kohdalla.

## Onko muualla maailmalla tehty jotain samantapaista?

– Toki! Eivät meidän opetussuunnitelmamme ja didaktinen kulttuurimme kehittyneet eristyksessä. Hollannissa Freudenthal, Yhdysvalloissa unkarilainen Dienes, Puolassa Krygowska (ja Ruotsissa Olof Magne Ruotsissa [kysyjän huomautus]). Matematiikan opetuksen vallankumous alkoi lähes samanaikaisesti italialaisten, venäläisten, ranskalaisten, saksalaisten ja englantilaisten matematiikan didaktikkojen ja aivotutkijoiden piireissä. Valitettavasti monissa maissa useiden aiheiden opetus muuttui ajan mittaan muodolliseksi, mutta onneksi ei Unkarissa. On mahdollista, että sellaista kokonaisvaltaista uudistusta eivät kaikki ohjelmat tavoitelleetkaan kuin me, mutta eri maiden pyrkimykset ja yritykset vaikuttivat toisiinsa.

## Onko menetelmä yleisesti käytössä Unkarissa?

– Varga-menetelmän kokeiluprosessi kesti viisitoista vuotta, minä jälkeen siitä valitettavasti tehtiin pakollinen. ”Valitettavasti” sa-

non siksi, että opettajat, jotka eivät saaneet opettaa oman vakaumuksensa mukaisesti, toimivat tämän menetelmän vastaisesti, vaikka eivät tarkoittaneetkaan. Sitten äkkiä 1990-luvulla opetuspolitiikan keskusohjaus loppui lähes kokonaan. Tällöin todella moni valitsi helpomman tien. Yleistyi sellaisten työ- ja oppikirjojen käyttö, joita oppilaat voivat täydentää opettajan lausuttua muutaman ohjeen. Kaiken kukkuraksi tehtävien itsenäisen tarkistaminen kutistui omien ratkaisujen vertailemiseksi taululle kirjoitettuihin oikeisiin vastauksiin. Moni luopui välineiden käytöstä ja toiminnallisuudesta sekä palasi selittämiseen.

Tätä nykyä on enää 70–80 koulua koko maassa, joissa matematiikkaa opetetaan meidän menetelmämme mukaisesti siihen kuuluvia välineitä käyttäen. Paljon enemmän on niitä opettajia, jotka omassa opetuksessaan käyttävät ja soveltavat menetelmämme joitakin osia, vaikka eivät ole omaksuneet sitä kokonaisuudessaan ja antavat lasten käteen meidän työ- ja oppikirjojemme sijasta muita. Voidaan kuitenkin todeta, että valtaosa (90–95%) käytössä olevista opetussuunnitelmista perustuu meidän työstämäämme oppimateriaaliin aiheiltaan ja tehtävyypeiltään.

## Soveltuuko menetelmä ylemmille luokille? Entä lukioon?

– Meidän opetussuunnitelmamme rakentuu yhtenäisen näkemyksen pohjalta 6-18-vuotiaille. Yläasteella tehtävä työ on luonteva jatko meidän työllemme ala-asteella. Yläasteellakin pätevät tärkeimmät periaatteet. Toisaalta on luonnollista, että ylemmillä luokilla kokeuksellisesti hyvin valmistettuja ja pohjustettuja käsitteitä syntyy enemmän ja korkeammalla abst-

raktiotasolla. Murrosiän lähellä oppilaat ovat kasvavassa määrin kykeneviä seuraamaan deduktiivisia polkuja, päättämään loogisesti, todistamaan tosi-väittämiä ja kumoamaan epätosi-väittämiä. Silti yläluokillakin pätee se, että käsitteiden muodostuminen lähtee konkreettisesta. Edelleen on myös tärkeää auttaa oppilaita kärsivällisesti työnteossa, luovassa toiminnassa ja oivaltamisprosessissa. Samoin on tärkeää lähteä oppilaita kiinnostavista ongelmista. Tällaisen ongelmien ratkaiseminen tuottaa yhteyksien löytämistä ja käsitejärjestelmien muodostumista.

## Onko ylemmille luokille vastaavaa oppimateriaalia?

– Kyllä, meillä Unkarissa on isompiakin oppilaita varten upea, ammatillisesti moitteeton ja hengeltään autenttinen oppikirjasarja. (Toki on myös näkemykseltään vähemmän hyväksyttäviä teoksia!) Lukiossa on käytössä monenlaisia oppikirjoja, mutta täytyy sanoa, että todella luovat opettajat käyttävät kaikkein mieluiten itsensä laatimia ja kehittelemiä materiaaleita.

## Mitä terveisiä tai ohjeita voisit antaa matematiikan aineenopettajille, jotka pohtivat opetuksensa kehittämistä?

– Jos on vaatava itselleen omassa työssään, ei varmasti lopeta opiskelua koskaan. Oma ammatillisesta kehityksestä edistää paljolti uusien, kiinnostavien ongelmien pohdiskelu, olkoot ne omia tai jonkun muun keksimiä. Mitä tulee opetusmenetelmiin, olen melko varma siitä, että Suomessa niin kuin Unkarissakin aineenopettajien kannattaisi oppia luokanopettajilta, miten asiat, tiedot ja taidot tuodaan lasten ulottuville ja millä menetelmillä heitä autetaan käsitejärjestelmien rakentamisessa. ■