

Kertoma täyttää 200 vuotta

Kertoman merkintä $n!$ täyttää 200 vuotta tänä vuonna. Huutomerkkin kertoman merkinä otti käyttöön ranskalainen Christian Kramp. Vuonna 1808 hän toimi matematiikan, fysiikan ja kemian opettajana Kölnissä, joka kuului silloin Ranskaan ja oli nimeltään Cologne. Vähän myöhemmin Kramp nimitettiin matematiikan professoriksi Strasbourgiin.

Kertomaa tarvitaan erityisesti kombinatoriikassa, mutta siitä saa irti monia lukuteoreettisiakin tarkasteluja. Se myös kasvaa hyvin nopeasti: $1! = 1$, mutta $10!$ on seitsensataa ja yksi ja $100!$ on 158-numeroinen. Miljoonakertomassa on jo yli viisi ja puoli miljoonaa numeroa.

Tehtäviä:

1.

Kuinka monta nollaa on kertoman lopussa?

Sääntö ei ole havaittavissa kovinkaan helposti lukujonosta
1, 2, 6, 24, 120, 720, 5 040, 40 320, 362 870, 3 628 700, ...
mutta sen päättelemine ei ole vaikeaa.

2.

Etsi jokin narsistinen luku, joka saadaan numeroiden kertomien summana.

Sellainen on esimerkiksi $40\ 585 = 4! + 0! + 5! + 8! + 5!$

Kolminumeroisissa luvuissa on ainakin yksi tällainen luku.

3.

Esitä kertoma kertomien tulona

Esimerkiksi satakertoma voidaan esittää kertomien tulona kahdellakin tavalla:

$$100! = 6! \cdot 7! = 3! \cdot 5! \cdot 7!$$

Monet paljon pienemmätkin kertomat voidaan esittää kertomien tuloina.

Vastaukset:

1. Kertoman $n!$ lopussa olevien nollien määrä on $\sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$,

missä $\lfloor x \rfloor$ tarkoittaa kokonaislukuja joka on pienempi tai yhtä suuri kuin x .

2. Esimerkiksi $145 = 1! + 4! + 5!$.

3. Esimerkiksi $4! = 2! \cdot 2!$, $6! = 3! \cdot 2!$, $32! = 2! \cdot 16!$ ja $12! = 2! \cdot 3! \cdot 2!$.