

Dimensio

Matemaattis-
luonnontieteellinen
aikakauslehti
72. vuosikerta
1/08



- 5** Pääkirjoitus
Irma Iho
- 6** MAOL ry:n ja MFKA-Kustannus Oy:n henkilöstö esittäytyy
- 8** Kertotaulujen oppimisen strategioita
Anni Lampinen
- 12** Hattulan silloilta
Jukka O. Mattila
- 13** Mukana KappAbel-kilpailussa
Maija Salmela
- 18** Eurajoen lukiolaiset keskustelivat ydinvoima-asioista Olkiluodossa
Anna-Liisa Montonen
- 21** Tapahtui luokassa
Johannes Paasonen
- 22** PISA 2006 -tutkimuksen tuloksia
Jari Lavonen
- 32** Matematiikkavaikeudet toisen asteen ammatillisessa koulutuksessa
Sissi Huhtala
- 40** Matematiikkaa tämän päivän maailmassa
Simopekka Vänskä
- 44** Nanovetenskap – en möjlighet för framtiden?
Kristoffer Meinander
- 50** Matemaattisesti lahjakkaat ja kulttuuri: Osa 1
George Malaty
- 54** Kirjallisuutta: Mitä on matemaatikon elämä?
- 55** Tutkimusartikkeli: Arvosanoista
Anne Rantanen
- 59** Kirjallisuutta: Alkuaineet
- 61** Kurkistuksia Fibonaccin lukujen maailmaan: Osa 1
Kari Mikkola
- 63** Yhteistyötä yli ainerajojen - samanaikaisopetusta Lempäälässä
Teemu Nieminen
- 64** Vuoden opettaja
Irma Parkkila
- 66** Matematiikan ja tietotekniikan toimikunta
Helena Tuomainen
- 67** Pulmasivu

JULKAISIJA:
Matemaattisten Aineiden
Opettajien Liitto MAOL ry
Rautatiealäisenkatu 6, 00520 Helsinki

PÄÄTOIMITTAJA
Leena Mannila
Puh. 050 367 3421

VASTAAVA PÄÄTOIMITTAJA
Irma Iho
Puh. 050 302 1589

TOIMITUSSIHTEERI:
Jarkko Narvanne
Puh. 050 523 2768
dimensio@maol.fi

PAINO:
Forssan Kirjapaino Oy
ISSN 0782-6648
ISO 9002

TILAUKSET JA
OSOITTEENMUUTOKSET:
MAOL:n toimisto
Puh. (09) 150 2338

TILAUSHINTA:
Vuosikerta 45 €, irtonumero 10 €,
ilmestyy 6 numeroa vuodessa

TOIMITUSKUNTA:
Leena Mannila, pj.,
Kalle Juuti, Pasi Ketolainen,
Jari Koivisto, Hannu Korhonen,
Marika Nieminen, Juha Oikkonen,
Marjut Ojala, Maija Rukajärvi-Saarela,
Kaisa Vähähyyppä, Maria Vänskä,
Jarkko Narvanne, sihteeri.

NEUVOTTELUKUNTA:
prof. Maija Ahtee
FT Maija Aksela
op.neuvos Marja Montonen
prof. Kaarle Kurki-Suonio
prof. Aatos Lahtinen
prof. Ilpo Laine
prof. Tapio Markkanen
rehtori Jukka O. Mattila
prof. Esko Valtaoja
prof. Erkki Pehkonen
joht. Kari Purhonen
prof. Pekka Pyykkö
prof. Jorma Merikoski
toim.joht. Hannu Vornamo

*Kansikuva: Timo Suwanto. Mikä on kansikuvan ja tähtitieteen välinen yhteys?
Se selviää (toivottavasti) sivulla 42.*

PISA ja MAOL

PISA-tulos ylitti odotukset. Luonnontieteissä suomalaiset peruskoululaiset olivat OECD-maiden parhaita ja matematiikassa toiseksi parhaita. Syitä hyvään menestykseen on pohdittu varsin perusteellisesti ja monipuolisesti. Professori Jari Lavosen ansiokas kirjoitus tässä lehdessä käsittelee myös tätä puolta. Vannoutuneilla MAOL-laisilla ei voi olla heräämättä ajatus, olisiko MAOL:in toiminnalla tekemistä asian kanssa.

MAOL:in toiminta-ajatuksena on tehdä työtä matemaattis-luonnontieteellisen kulttuurin ja osaamisen puolesta suomalaisessa yhteiskunnassa. Työtä on tehty. Joukko helsinkiläisiä matematiikan ja luonnontieteiden opettajia alkoi 80 vuotta sitten kokoontua säännöllisesti keskustelemaan opetuksen sisällön ja menetelmien ongelmista, ja tästä MAOL-toiminta sai alkunsa. Keskustelu on jatkunut ja jatkuu nykyisin yli 4000 jäsenen hyvin organisoidussa järjestössä esimerkiksi kerhoilloissa, koulutuspäivillä ja kursseilla. 80-luvulla valmistauduttiin kouluissa tietotekniikan tuloon, 90-luvulla kokeellinen opetus oli tärkeänä teemana. Nykyistä keskustelua värittää opetusteknologia ja tietokoneavusteinen opetus. Vaihtuvien aiheiden lisäksi on aina ollut mukana kestoaihe: Miten ja millä menetelmillä oppimistulokset saataisiin paremmiksi ja opiskelijan kiinnostus heräämään?

Tärkein menestystekijä on varmasti pitkälle koulutettu, pätevä opetushenkilöstö. MAOL on kaikissa kannanotoissaan vastustanut pätevyysvaatimuksien ohentamista. Täydennyskoulutus on taattava niin kuin se on luvattu taatakin uusimmassa Koulutus ja tutkimus 2007 – 2012 kehittämissuunnitelmassa. Tähän saakka matemaattis-luonnontieteellisten aineiden opettajien täydennyskoulutuksesta on vastannut pitkälti MAOL.

Opetusministeriön ja Opetushallituksen LUMA-hanke on maininnan arvoinen asia, kun Pisa-tuloksista puhutaan. Sen puitteissa tehtiin mittavaa työtä monella alueella. MAOL oli yhteistyössä mukana ja sai jäsenistönsä toimimaan aktiivisesti muiden toimijoiden kanssa. Pätevöitettiin opettajia entisestään, kehitettiin opetusmenetelmiä, satsattiin tiedotustoimintaan ja oppiaineemme tuotiin yleissivistävien oppiaineiden joukkoon. LUMA-verkoston koulujen hyvät kokemukset

tuotiin yhteiseen käyttöön. Itseään tavallisena pulliaisena pitävän opettajankin pöytälaatikosta saattoi löytyä sellaista, josta voisi sanoa, että eipä tuota kukaan ennen ole keksinyt.

Hyvä tulos ei tarkoita sitä, että nyt voidaan löysätä. Tutkimuksen antamat haasteet ovat jääneet vähemmälle keskustelulle. Kiinnostus matematiikkaan ja luonnontieteisiin on OECD-maiden keskiarvoon verrattuna erittäin heikkoa. Tällä on suuri merkitys, kun ajatellaan jatko-opinnoissa menestymistä. Ammatillisella puolella ei mielellään hakeuduta aloille, joilla tarvitaan matemaattis-luonnontieteellistä osaamista. Lukiossa fysiikka ja kemia ovat valinnaisia aineita ja peruskoulusta tulevan kiinnostus oppiaineisiin on ensiarvoisen tärkeä valintoja tehtäessä. Oppiaineet koetaan kyllä tärkeiksi. Ehkä ajatellaan, että tehköön toiset. Tässä kohtaa MAOL:illa ja MAOL-opettajilla on vielä paljon tehtävää.

Suomi on tasa-arvoinen maa monessa suhteessa ja yleissivistys on kauttaaltaan korkea. Kohtuullisen hyvä tulos varmasti saataisiin, mitattiinpa minkä aineen osaamista tahansa. Suomella ei ole suuria luonnontieteiden rikkauksia ja olosuhteet ovat ankarat, on ollut pakko satsata siihen, mitä meillä on: osaaminen ja erityisesti matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen kuuluvat siihen ytimeen, jonka ympärille nykypäivän toimeentulo voidaan rakentaa.

Vaarana on, että hyvä PISA-tulos kääntyy MAOL-oppiaineita vastaan. Joitakin kommentteja on jo kuulunut, että matematiikan ja luonnontieteiden painoarvoa pitäisi pienentää, jotta saavutettaisiin hyvää tulosta muuallakin. Menestyvä yritys ei kävisi heikentämään sen sektorin tulosta, jolla menee hyvin, päinvastoin. Eikä suinkaan hyvä menestys jollain saralla heikennä muiden menestystä. Matematiikkaan ja luonnontieteisiin pitää satsata, sillä valinnaisuuden kaventuminen on iskenyt myös näihin aineisiin peruskoulussa ja erityisesti lukiossa.

Nostetaan kuitenkin malja hyvälle PISA-tulokselle ja olkoon jokainen MAOL-lainen hetken koulumailman ”Räikkönen”, vaikka linnakutsua ei tullutkaan. Hyvää vuotta 2008



MAOL ry:n ja MFKA-Kustannus Oy:n henkilöstö esittäytyy

JUHA SOLA

Toimin tällä hetkellä neljättä vuotta MAOL ry:n toiminnanjohtajana ja MFKA-Kustannus Oy:n toimitusjohtajana. Aloitettuani työni näissä kahdessa ominaisuudessa koin erittäin haastavana monen eri osa-alueen kehittämisen niin järjestön kuin yrityksemme puolella. Olen ajanmukaistanut eräitä toimintamalleja toimistollamme ja panostanut ammattitaitoisen sekä yhteistyöhenkisen työtiimin muokkaamiseen ja löytämiseen. Kentältä saamani palautteen mukaan olen siinä myös onnistunut hyvin.

Työnkuvaani kuuluu erityisesti taloushallinto, suhteet ulkoiisiin sidosryhmiimme sekä näiden kahden laivan, MAOL:n ja MFKA:n, kapteenin tehtävät. Haluan varmistaa toimilani, ettemme suinkaan ajelehdi ajan aallokoissa vaan purjehdimme aina selkein päämäärin kohti haluamaamme satamaa. Yhteistyö teidän jäsenien kanssa on siksi äärimmäisen arvokasta meille. Olen tiimin kanssa kaikkien teidän palveluksessa.

KIRSI VERTANEN

Olen ollut reilun vuoden MFKA:n myyntisihiteerinä ja varmaan oletkin jo ollut minuun yhteydessä esim. koepakettien, preliminäärien, tasokokeiden, yo-kirjojen ja muiden opiskeluvälineiden tilaamisen yhteydessä.

Olen koulutukseltani yo-merkonomi ja aiemmin olen työskennellyt sekä ostossa että myynnissä suurimmaksi osaksi elektronisten komponenttien parissa.

Mielenkiintoani täällä MFKA:ssa työskentelyssä lisää se, että vanhempi poikani opiskelee matematiikkaa ja fysiikkaa Helsingin yliopistossa ja on kiinnostunut yläasteen sekä lukion aineopettajan työstä, jollaista hän nyt sijaisena tekeekin.

Koen työni täällä mukavien työtoverien lomassa monipuoliseksi ja usein haastavaksikin.



MAIJU KINNUNEN

Olen MAOL:n ja MFKA:n toimistoväen uusin tulokas! Aloitin elokuussa 2007 tämän uuden ja haasteellisen työurani. Koulutukseltani olen lastentarhanopettaja ja montessoriohjaaja sekä erikoistunut esi- ja alkuopetuksen ohella lasten liikuntaan. Yläaste- ja lukiotason koulumaailma on ollut minulle koko elämäni ajan hyvin läheinen asia seurattuani isäni työtä yksityisoppikoulun rehtorina.



MAOL ry

MFKA
Tukee ja palvelee



Minulle tärkeitä asioita ovat mm. luonto, ihmisen luova toiminta kokonaisuudessaan sekä aitous omassa elämässä että suhteessa muihin. Koen, että saan kosketuspintaa näihin kaikkiin minulle tärkeisiin arvoihin järjestösihteerin monipuolisessa toimenkuvassani. Saatat olla yhteydessä minuun, kun asiasi koskee vaikkapa koulutuksia, kursseja ja kerhotoimintaa.

Mahdollisuuteni saada palvella MAOL:n jäseniä on minulle suuri ilo ja kunnia.

LAURI STARK

Olen nykytoimiston pitkäaikaisin työntekijä. Tulin MFKA:han tammikuussa 1995 ja jo sitä ennen tein toimistolle satunnaisia töitä kuutisen vuotta. Olen tutustunut neljään toiminnanjohtajaan täällä ollessani, joista kahta olen ollut toivottamassa tervetulleiksi uusina työntekijöinä taloomme. Aikoinaan tarkoitukseni oli työskennellä aivan toisella alalla, vaikkakin suvussani on erittäin vankka opettaja- ja kouluttajatausta. Tulin MFKA:han myyntisihteerin töihin. Ajan myötä työtehtäväni ovat muuttuneet melkoisesti. Opettelin pakostakin toimiston kaikki rutiiinit ja sisäänajoin uudet työntekijät aika monen vuoden ajan. Tällä hetkellä yksi tärkeistä tehtävistäni on uusien tuotteiden löytäminen sekä vanhojen ajantasaistaminen, kustannustoimitaminen sekä kokeiden laatijoiden ja toimiston yhteistyön koordinointi. Koko toimiston IT-tuki on myös vastuullani samoin kuin usein myös yrityskontaktit. Jäsenistö ottaa minuun yhteyttä, kun eivät jotain muualta löydä. Entisenä perämiehenä olen yhtiön osalta usein navigaatiovasuissa edelleenkin.

Tarvitsetko uuden tuotteen, etkö löydä etsimääsi? Autan mielelläni.

PÄIVI HYTTINEN

Tulin tammikuussa 2006 MAOL ry:n palvelukseen, joten kaksi vuotta on vierähtänyt toimistosihteerinä liiton palveluksessa. Koulutukseltani olen tradenomi ja olen kurssittanut itseäni työn ohessa. Työnkuvani on monipuolinen ja siihen kuuluu mm. jäsenasiat, Neljän tieteen kisat ja jäsentiedote. Vapaa-aikana harrastuksiini kuuluu ulkoilu; kesällä pyöräily ja lenkkeily sekä talvella retkiluistelu.

Palvelen mielelläni jäsenasioissa, joten toivottavasti otatte tarvittaessa yhteyttä minuun. ■

Kertotaulujen oppimisen strategioita

ANNI LAMPINEN, Espoon Matikkamaa, Vartu



Kirjoittaja on Olarin koulun oppimiskeskuksen alaisen Espoon Matikkamaa-hankkeen idean keksijä ja konsultoiva opettaja. Hän työskentelee vuosiluokkien 1 - 6 matematiikan erityisopettajana ja on koulutukseltaan erityisopetukseen erikoistunut luokanopettaja.

Hän on perehtynyt sekä MD-matematiikkaterapiaan että unkarilaiseen Varga-Neményi-menetelmään. Kirjoittaja haluaa esittää lämpimät kiitokset artikkelin pohjana olevista ideoista matematiikkaterapeutti Marja Drägerille, erityisopettaja Natalie Stolbowille ja luokanopettaja Sari Laasilalle.



Kertotaulujen osaamattomuus voi olla suuri kompastuskivi matematiikan oppimisessa: kertotaulut eivät jää mieleen runsaastakaan harjoittelusta huolimatta. Vaikeuden taustalla on monesti muita matematiikan oppimisen ongelmia, joihin ei ole osattu tarttua aikaisemmin.

Heikko lukujen käsittelyn taito, puutteelliset lukujonotaidot ja kapea työmuisti vaikeuttavat kertotaulujen oppimista ja sujuvaa käyttämistä. Oppilas on saattanut jäädä kiinni sormiinsa pieniä yhteen- ja vähennyslaskutehtäviä suorittaessaan tai käyttää monimutkaisia ja kömpelöitä ratkaisutapoja yksinkertaisissakin tehtävissä. Kymmenylitys yhteen- ja vähennyslaskussa lukuja hajottamalla ei suju. Oppilaan työmuisti saattaa olla tavallista kapeampi, jolloin hän ei kykene käsittelemään ja yhdistämään oppimisessaan tarvittavia vanhoja ja uusia tietoja yhtä aikaa.

Oppilas ei myöskään kykene itse kehittämään matemaattisesti oikeita ja mielekkäitä kompensatiokeinoja, vaan saattaa luoda itselleen koko joukon irrallisia ja pinnallisia muistisääntöjä. Tilanne hajoaa ja käsitys opittavasta asiasta jää vajaaksi, kun työmuistia kuormittaa uuden oppimisen sijaan aiempien taitojen puutteellinen tai mekaaninen osaaminen. Tällöin kertolaskun käyttäminen matematiikan soveltavissa tehtävissä ja yhteys kertolaskun ja muiden peruslaskutoimitusten välillä saattavat jäädä oppimatta.

Matematiikan oppimisvaikeusoppilas saattaa oppia kertolaskun käsitteen hyvin, mutta laskurutiinia ei synny ja oppilas tarvitsee koko ajan konkreetteja välineitä laskujen tuloksen selville saamiseksi. Kertotaulujen ulkooapettelu alkaa ilman, että oppilas osaa

kertotaulujen oppimiseen tarvittavia pohjatietoja. Tällöin epäonnistumisen vaara on suuri.

Lopulta saatetaan päätyä ratkaisuun, jossa oppilas saa käyttää kertolaskutaulua tai laskinta aina tarvittaessaan. Ennen kuin tähän päädytään, kannattaa palata varmentamaan pohjatietojen ja -taitojen osaamista, kehittää lukujen käsittelyn taitoa sekä opettaa kertolaskuissa tarvittavia toimivia kompensatiokeinoja ja uusia strategioita.

Välttämättömät perustaidot

1. Lukujen eri ilmenemismuotojen ymmärtäminen, esimerkiksi että luvun 4 yksi muoto on $5 - 1$, tai luku 6 voidaan kirjoittaa myös muodossa $5 + 1$. Tällä pohjustetaan kertolaskun ositteluominaisuuden käyttämistä eli kertolaskun osittamista helpommin laskettaviin ryhmiin.
2. Lukualueen 0–10 summien ja erotusten hyvä hallinta automatisoituneina ilman sormia.
3. Lukualueen 0–20 yhteen- ja vähennyslaskujen sujuva hallinta mieluiten lukujen hajottamista käyttäen kymmenylityksissä.
4. Kaksinkertaistaminen ja puolittaminen, sekä niiden välisen yhteyden ymmärtäminen.
5. Lukualueen 0–100 yhteen- ja vähennyslaskujen osaaminen analogioiden avulla.
6. Lukujonot 0–100 yhden askelin sekä etu- että takaperin. Harjoitellaan lisäksi viimeistään kertotauluja opeteltaessa ensin samalla 2:n, 5:n ja 10:n askeleen hyppyjä. Tämän jälkeen 4:n ja 8:n sekä 3:n ja 6:n askelin – mahdollisesti vielä 7:n ja 9:n askelin.
7. Kymmenjärjestelmän periaatteen ymmärtäminen.

2:n lyhyt kertotaulu

Varmennetaan kerto-käsitteen ymmärtäminen esimerkiksi toimintavälineillä ja/tai piirtämällä. Oppilaalle opetetaan, että ensimmäinen tulontekijä on **kertoja**, joka ilmoittaa, kuinka monta kertaa **kerrottava** (eli jälkimmäinen tulontekijä) on otettava.

Opetellaan ensin kahden lyhyt kertotaulu. Kirjoitetaan se paperille ja tutkitaan lyhyen kertotaulun rakennetta ja yhteyksiä. Etsitään kaksinkertaistamiset ja puolittamiset kahden ensimmäisen ja kahden viimeisen lyhyen kertotaulun laskun osalta. Tärkeää on havaita tässä vaiheessa, että 2 on 1 kahdesti sekä 5 on puolet 10:stä. Sama suhde ja idea kaksinkertaistamisesta ja puolittamisesta on havaittavissa myös lyhyen kertotaulun vastaavissa tuloissa.

$$1 \cdot 2 = 2$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$10 \cdot 2 = 20$$

Opetellaan ensin lyhyet kertotaulut ulkoa. **Kopitellaan** eli heitellään pareittain palloa, hernepeussia tms. Jokaisella heitolla heittäjä sanoo samalla lyhyen kertotaulun seuraavan laskun. Kuljetaan lyhyttä kertotaulua edestakaisin. Toistetaan 10:llä kerrottu lasku, jolloin takaperin työskenneltäessä toistettava lasku vaihtuu molemmilla kopittelijoilla. Heitellään niin kauan, että eteneminen on sujuvaa.

$$1 \cdot 2 = 2, 2 \cdot 2 = 4, 5 \cdot 2 = 10, 10 \cdot 2 = 20$$

(Huomaa viimeisen laskun toisto.)

$$10 \cdot 2 = 20, 5 \cdot 2 = 10, 2 \cdot 2 = 4, 1 \cdot 2 = 2$$

Kopitellaan vielä pelkät lyhyen kertotaulun tulot lukujonona edestakaisin, kunnes nekin sujuvat nopeasti ja vaivattomasti:

$$2, 4, 10, 20, 20, 10, 4, 2.$$

2:n kertotaulun päättelyminen

Opetellaan päättelyä ja laskemaan muut kertolaskut lyhyen kertotaulun avulla käyttäen apuna suorakulmion muotoista munakenno-mallia. Opetellaan piirtämään itse malli, josta puuttuvat kertolaskut ovat helposti laskettavissa yhteen- ja vähennyslaskun avulla. Malliin lisätään luvut aina vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas. Lukuja poistettaessa edetään oikealta ja alhaalta.

$$5 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Piirretään pohja, johon lisätään 5 kakkosta:

2	2	2	2	2

Huomataan, että ruudukon yläriivi tuli täyteen kakkosia ja todetaan, että se vastaa lyhyen kertotaulun 5:llä kertomista, joten tulo saadaan suoraan jo opitusta lyhyestä kertotaulusta: 10.

$$3 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Lisätään lyhyen kertotaulun $2 \cdot 2 = 4$ vielä 2 eli $4 + 2 = 6$, koska 3 on myös $2 + 1$:

2	2	2		

$$4 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Poistetaan 2 lyhyen kertotaulun laskusta $5 \cdot 2 = 10$ eli $10 - 2 = 8$, koska 4 on myös $5 - 1$:

2	2	2	2	2

Lasku **voidaan tarvittaessa** merkitä ruudukon oikealle puolelle.

2	2	2	2	2

$$10 - \frac{2}{8} \quad \text{tai} \quad 10 - 2 = 8$$

$$6 \cdot 2 = \underline{\quad}$$

Lisätään lyhyen kertotaulun laskuun $5 \cdot 2 = 10$ vielä 2 eli $10 + 2 = 12$, koska 6 on myös $5 + 1$:

Lasku voidaan tarvittaessa merkitä ruudukon oikealle puolelle.

2	2	2	2	2
2				

$$+ \frac{2}{12} \quad \text{tai } 10 + 2 = 12$$

7 · 2 = _____

Lisätään laskuun $5 \cdot 2 = 10$ kaksi kakkosta eli 4, koska 7 on myös $5 + 2$:

2	2	2	2	2
2	2			

$$+ \frac{4}{14} \quad \text{tai } 10 + 4 = 14$$

8 · 2 = _____

Lisätään pohjaan ensin $10 \cdot 2 = 20$ eli lyhyen kertotaulun viimeinen lasku.

Otetaan 20:stä pois kaksi kakkosta eli 4, koska 8 on myös $10 - 2$.

2	2	2	2	2
2	2	2	2	2

$$- \frac{4}{16} \quad \text{tai } 20 - 4 = 16$$

9 · 2 = _____

Lisätään pohjaan ensin $10 \cdot 2 = 20$ eli lyhyen kertotaulun viimeinen lasku.

Otetaan 20:stä pois 2, koska 9 on myös $10 - 1$.

2	2	2	2	2
2	2	2	2	2

$$- \frac{2}{18} \quad \text{tai } 20 - 2 = 20$$

Harjoitellaan ja automatisoidaan laskustrategioiden käyttöä kertolaskupelien avulla. Esimerkiksi heitetään 0–9-noppaa, josta saadaan kertoja, kun kerrottava on 2. Tai nostetaan kortteja, joissa on harjoiteltavia kertolaskuja; pelataan bingoa tai käytetään sellaisia virtuaalisia kertolaskujen oppimisai-

hiota, joissa ei ole visuaalista mallia ja joissa ei oteta aikaa.

Tuetaan aluksi mallin piirtämistä, jos se näyttää tarpeelliselta. Oppilasta ohjataan kuitenkin melkopian tekemään piirros vain mielessään mielikuvan avulla, jolloin oppilas kielentää laskustrategian. Tavoitteena on nopea, pelkästään mielikuvissa tapahtuva laskeminen.

Huomiota kiinnitetään strategioiden sujuvuuden lisääntymiseen ja laskemisen vaivattomuuteen. Mikäli oppilas käyttää jotain muutakin strategiaa ja sen käyttäminen näyttää sujuvalta, tuetaan myös tämän strategian käyttöä. Kuitenkin jos oppilaan käyttämä strategia on monimutkainen, pyritään määrätietoisesti ohjaamaan yksinkertaisemman ja taloudellisemman strategian vahvistumiseen.

5:n ja 10:n kertotaulujen päättelyminen

Työskennellään oppilaan kanssa samalla tavalla kuin edellä kahden kertotaulua opeteltaessa. Nämä kertotaulut kuuluvat niin sanottuihin helppoihin kertotauluihin, jolloin huomiota on helppo kiinnittää itse päättely- ja laskutapaan. Tällöin strategian käyttö varmentuu.

Kertolaskustrategioita sujuvoitettaessa pelataan erilaisia pelejä, joissa aluksi harjoitellaan aina yhtä kertotaulua, sitten kahta ja lopulta sekoitettuna 2:n, 5:n ja 10:n kertotaulut.

Muut kertotaulut

Loput kertotaulut opetellaan yksi kerrallaan, edetään mieluiten järjestyksessä 3 ja 6 sekä 4 ja 8, jolloin voidaan tarkastella näiden kahden kertotauluparin yhtäläisyyksiä visuaalisena mallina (kaksinkertaistuminen), taulukkomuodossa ja tulojen lukujonoina. Tällöin pohjustetaan samalla myös lukujen jaollisuutta.

Oppilaalle opetetaan myös kertolaskun vaihdannaisuus: vaikka tulontekijöiden paikkaa vaihdetaan, itse tulo on sama. Oppilas voi siis laskiessaan itse valita helpomman laskutavan. Mikäli oppilas on oppinut vaihdannaisuuden hyvin, uusissa kertotauluissa on aika vähän enää oppilaalle aidosti uusia kertolaskuja.

Myös 7:n ja 9:n kertotaulut kannattaa käydä läpi oppilaan kanssa ja miettiä, miten hän pystyy ne parhaiten päättämään. Mikäli on tarpeellista, edetään kuten aikaisemminkin ja käydään jokainen kertolasku samaan tapaan kuin edellisten kertotaulujen kanssa on menetelty. 7:n kertotaulusta ainoastaan $7 \cdot 7 = 49$ ja $9 \cdot 7 = 63$ eivät ole olleet aikaisemmin esillä. Todennäköisesti oppilas on jo oppinut käyttämään 9:llä kertoessaan vähentämistä 10:n kautta.

Esimerkinä 8:n kertotaulu

Opetellaan ensin lyhyet kertotaulut, kopitellaan ne jne. samalla tavalla kuin 2:n lyhyen kertotaulun kohdalla edellä.

$$3 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Lisätään kahteen kahdeksikkoon (=16) yksi 8.

8	8	8		

 $16 + \frac{8}{24}$ tai $16 + 8 = 24$

$$5 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Viisi kertaa kahdeksan osataan! Se on 40.

8	8	8	8	8

 40

$$4 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Otetaan pois viisi kertaa kahdeksasta (= 40) yksi 8.

8	8	8	8	8

 $40 - \frac{8}{32}$ tai $40 - 8 = 32$

$$6 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Lisätään viisi kertaa kahdeksaan (= 40) yksi 8.

8	8	8	8	8
8				

 $40 + \frac{8}{48}$ tai $40 + 8 = 48$

$$7 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Lisätään 40:een kaksi kahdeksikkoa eli 16.

8	8	8	8	8
8	8			

 $40 + \frac{16}{56}$ tai $40 + 16 = 56$

$$8 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Otetaan 80:stä pois kaksi kahdeksikkoa eli 16.

8	8	8	8	8
8	8	8	8	8

 $80 - \frac{16}{64}$ tai $80 - 16 = 64$

$$9 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

Otetaan 80:stä pois yksi 8.

8	8	8	8	8
8	8	8	8	8

 $80 - \frac{8}{72}$ tai $80 - 8 = 72$

Taitojen vahvistaminen ja ylläpitäminen

On tärkeää, että oppilas oppii luottamaan omaan kykyynsä laskea mikä tahansa kertolasku, vaikka se veisikin hieman enemmän aikaa. Tehdessään tehtäviä tunnilla tai koetilanteessa kykyihinsä luottava oppilas ei mene paniikkiin, vaan kykenee selviytymään tehtävistä vaikka itse kertolaskujen laskeminen ei vielä sujuisikaan nopeasti. Tutut ja itselle sopivat laske- mista helpottavat kompensatiokeinot vapauttavat tällöin oppilaan työmuistia itse tehtävän idean ratkaisemiseen.

Kertolaskujen osaamista kannattaa aika ajoin aina kerrata. Erityisesti oppilaan hankalaksi kokemia las- kuja on syytä "pitää silmällä". **Ajan ottaminen kertolaskuja laskettaessa ei ole aina perusteltua**, vaan tärkeämpää on, että oppilaalla on käytössä hänelle sopivat tehokkaat keinot selvittää mistä tahansa kerto- laskusta kohtuullisessa ajassa ■

Hattulan silloilta

JUKKA O. MATTILA

jukka.o.mattila@armas.fi



Eremitaasi

Lankarulla on harmiton ja mielenkiinnon esine niin kauan kuin se saa pyöriä omalla akselillaan. Eipä ole tullut vastaan fysiikan tehtävää, joka käsittelisi ompelukoneen tapissa pyörivää lankarullaa. Lankaa tulee, kun päästä vetää.

Kun lankarulla hypähtää tapistaan pöydälle tarjoten langanpäättä kiinnostuneelle kokeilijalle, alkaa tehtävänlaatijakin kiinnostua. Jos vedät vaakasuoraan, rulla seuraa mukana. Kun vedät pystympään, rulla saattaa lähteä toiseen suuntaan. Tapissa tai pöydällä: kaksi luontoa kuin laulaja Tuula Amberlan Lululla.

Kaapelikelä on lankarullan isovelji. Tämän kirjoittajalle tarjoutui räntäisenä marraskuuna mahdollisuus tarkastella vastaavasti kaapelikelän käyttäytymistä Pietarin Eremitaasissa (sisäänpääsymaksukin oli kuin lankarulla ja kaapelikelä: 15 ruplaa omilta ja 300 ruplaa ulkomaalaisilta).

Päivän pakollinen ohjelma täyttyi neljästä tunnista Eremitaasi-museossa. Huone huoneen jälkeen seinät täynnä tauluja. Hyvällä tahdollakin uuvuttavaa. Tuttavaseurassa pokka piti kuitenkin. Etenkin kun museon ikkunoista avautui kohta huippumielenkiintoinen performanssi.

Pääsesikuntarakennuksen ja Eremitaasin väliselle aukiolle oli purettu valtavalta kaapelikelältä käsivarren vahvuista kaapelia parinsadan metrin matkalle. Musta kaapeli lojui lumivalkeisessa maassa pitkänä puolimpyrjän muotoisena kaarena.

Saattoi hyvin kuvitella, kuinka kaapelia oli juoksetettu kuorma-auton lavalta telineestään suoraan ja helposti, kuin ompelukoneen tapista. Työn päätyttyä kela oli laskettu maahan Eremitaasi-rakennuksen seinän viereen ja auto oli poistunut paikalta.

Kaikki olisi ollut muuten hyvin, mutta nähtävästi joko kaapeli oli toimitettu väärään paikkaan tai se oli väärää lajia. Se nimittäin piti poimia takaisin kelalle.

Kahdeksan työmiestä pohdiskeli itseään korkeamman kelan vieressä pitkään. Loppupäätös oli ryhtyä käsivoimin kelaamaan kaapelia takaisin rullalle. Haalariporukka alkoi vyöryttää kaapelikeläa pitkin sohjoista maata. Raskas kela kääntyi jäisellä alustalla milloin mihinkin suuntaan.

Merkittävin ongelma aiheutui kuitenkin kaapelikelän lankarullageometriasta. Reunalaippojen ulkosäde oli huomattavasti suurempi kuin tyhjän keskisynterinin, jolle kaapelia otettiin etusuunnasta sisälle. Kaapelikelä eteni siis nopeammin kuin se pystyi vastaanottamaan kaapelia. Tästä syystä kaapelia kasaantui joka kierrokselta kelan eteen ylimäärin s:n muotoiseksi kiemuraksi.

Kun löysiä kertyi jatkuvasti enemmän ja enemmän ja kaapeli oli lisäksi huomattavan jäykkää, työmiesten mitta tuli lopulta täyteen.

Huilaustuokion jälkeen paikalle vinkattiin lähitöllä partioinut jättimäinen kauhakuormaaja. Se ajoi muutaman kymmenen metrin päähän kelaryhmästä. Kuormaajan kauhaan kiinnitettiin kuormaliinan pää. Toinen pää sidottiin maassa makaavaan kaapeliin jonkin matkan päähän pyöritysporukasta. Kauhakuormaajan ainoana tehtävänä oli peruuttamalla vetää kaapelista löysiä pois samalla kun kaapelikelän pyörittäminen miesvoimin edistyi.

Joukon nokkamies huuteli samanaikaisesti ohjeitaan sekä pyörittäjille että kauhakuormaajaansa peruuttavalle kuljettajalle. Löysien vetäminen tapahtui välillä liian nopeasti sillä seurauksella, että kaapeli kiristyi ja kela heittyi liukkaalla maalla kulkusuunnastaan 90 astetta poikittain.

Eremitaasin pihanpuoleisten näyttelysalien ikkunoista saattoi kelaryhmän työn edistymistä seurata puolentoista tunnin ajan.

Tapahtuma aiheutti sekä tilanteen komiikasta että tekniikasta hurmautuneelle kielitaidottomalle informatio-ongelman. Pihalle antavista ikkunoista avautui jotain ainutkertaisen mielenkiintoista, mutta väki vain tuijotti tauluja vastakkaiselta seinältä.

Vihdoin sain käsiliikkein houkuteltua ikkunan ääreen insinöörin näköisen saksaa murtavan miehen. Hän nyökytteli ystävällisesti ja kertoi kaapelikelänäyttämön taustana olevan rakennuksen nimen. Kun halusin kiinnittää hänen huomionsa lankarullageometriaan ja kauhakuormaajan ponnisteluihin, hän totesi hymyillen muinoin käytetyn hevosia koneiden asemesta.